

Programområde:

Landskap

Undersökningstyp:

Inventering av skyddsvärda träd i kulturlandskapet

Författare: Se avsnittet ”Författare och övriga kontaktpersoner”.

Bakgrund och syfte med undersökningstypen

Bakgrund

Biologisk mångfald utgörs av den mosaik av naturtyper, livsmiljöer och organismer som finns i landskapet – i odlade marker, i vattendrag och sjöar liksom i våtmarker och skogar. En stor del av den biologiska mångfalden är knuten till gamla träd i kulturlandskapet.

I själva verket är dessa träd i många avseenden nyckeln till bevarandet av en mängd hotade växter och djur. God kunskap om tillståndet i miljöer med skyddsvärda träd ökar förutsättningarna för att bevara och förstärka de natur- och kulturvärden som är kopplade till dessa miljöer. Kunskap om var värdefulla miljöer finns ökar också förutsättningarna för människor till ett rikt friluftsliv och en god folkhälsa. Undersökningstypen har därför stark koppling till miljömål såsom *Ett rikt odlingslandskap*, *Levande skogar* och *Ett rikt växt- och djurliv*.

I en del regioner av landet har kunskapsinsamling avseende skyddsvärda träd redan gjorts i större eller mindre omfattning, dock med sinsemellan något skild metodik. Föreliggande undersökningstyp är framtagen dels genom en översyn och sammanvägning av använda metoder (Ref. 1-4), dels i en strävan att harmonisera undersökningstyp och Trädportal. Vissa parametrar har utvecklats i mer objektiv riktning.

Syfte

Syftet med undersökningstypen är att tillhandahålla en nationellt enhetlig och uppföljningsbar metod för inventering och miljöövervakning av miljöer med skyddsvärda träd. Inventering av skyddsvärda träd med datafångst som visar antal och fördelning av träd, förekomst av håligheter m.m. ger, tillsammans med datafångst för omvärldsp parametrar ett bra underlag för bedömning av ett träd eller ett områdes skötselbehov eller bevarandestatus.

Vid inventering av större landskapsavsnitt utgör insamlade data ett värdefullt instrument för naturvård med landskapsstrategisk inriktning.

Samordning

Inventering/övervakning av skyddsvärda träd kan samordnas t.ex. med inventering/övervakning av lavflora knuten till träd (Ref. 5) Vissa omvärldsp parametrar är gemensamma och värdefulla data kan fås om hur skötsel påverkar olika arter.

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

Strategi

Urval för skattning på landskapsnivå

Nedan föreslagna designer för *skattning* av skyddsvärda träd på landskapsnivå har arbetats fram av Sören Holm, avdelningschef och universitetslektor vid Institutionen för Skoglig resurshushållning, SLU, Umeå. Arbetet har skett hösten/vintern 2007-2008 med hjälp av ett unikt material av cirka 130 000 koordinatsatta träd på 520 ekonomiska kartblad i Östergötland. Designen avser insamling av data för skattningar rörande skyddsvärda träd, både vad gäller tillstånd vid visst tillfälle och för förändringar mellan två tillfällen.

Skyddsvärda träd tillhör det slag av objekt som kan kallas sparsamt eller sällsynt förekommande. I materialet från Östergötland är antalet mindre än 0,1 träd per hektar och då är inte vissa områden med trivial barrskog inräknade. Med vedertagna och objektiva urvalsdesigner är det oerhört resurskrävande att för sådana objekt erhålla skattningar av god precision. Istället måste oftast någon sorts urval från den totala mängden biotopytor göras.

Den här föreslagna designen är baserad på omfattande försök med många olika tänkbara designer. Därvid har kostnader, i form av tidsåtgång och statistisk precision beaktats.

Föreslagen design är av typen *flerstegsdesign med tvåfassampling för stratifiering*. Designen innebär att:

1. aktuellt område (länet) indelas i ekonomiska kartblad.
2. ett sampel om N kartblad lottas ut.
3. de utlottade kartbladen delas vardera in i rutor om 500×500 meter (100 rutor per kartblad).
4. i de utlottade kartbladen lottas n stycken av de 100 rutorna.
5. de n rutorna flygbildstolkas med avseende på förekomst av skyddsvärda träd och delas, för varje kartblad, in i två s.k. strata (grupper), där stratum 1 utgörs av rutor med "få eller inga träd" ($få \leq 4$ träd) och stratum 2 utgörs av rutor med "fler än få träd" (> 4 träd). De två stratummen kommer då att omfatta n_1 respektive n_2 rutor, där $n_1 + n_2 = n$. Medan n är bestämt på förhand så är n_1 och n_2 främst styrda av resultatet av flygbildstolkningen (och ev. inhämtande av annan kunskap om t.ex. hamlingsträd).
6. av de n_1 rutorna i stratum 1 besöks andelen λ_1 i fält, alltså antalet $r_1 = \lambda_1 * n_1$. På samma sätt besöks andelen λ_2 i stratum 2, alltså $r_2 = \lambda_2 * n_2$ stycken rutor. Enligt designen är andelarna λ_1 och λ_2 fixerade och gäller för alla utlottade rutor, som efter flygbildstolkning placerats i stratum 1 respektive stratum 2. Däremot är λ_1 och λ_2 olika stora.
7. rutor som besöks i fält totalinventeras. Enligt designen följer inventeraren linjer i NS riktning och upptäcker inom ett visst siktavstånd träd åt båda sidorna från linjerna. Träden "besöks" för registrering av olika parametrar varefter återgång till linjen sker. Inventeringen av rutan sker alltså i bälten med dubbla siktavstånd (se även Observations- och provtagningsmetodik nedan).

Totalinventering av avgränsade objekt (skyddade områden)

Ska Natura-områden eller naturreservat inventeras i sin helhet ges avgränsning av de skyddade områdenas gränser. För större skyddade områden bör en uppdelning i för inventering rele-

vanta delytor ske. Ytterligare information ges under stycket *Observations / provtagningsmetodik* på sidan 5.

Inventering av större landskapsavsnitt (regional inventering)

Ytor som ska inventeras lokaliseras, kartbladsviss, genom flygbildstolkning kompletterad med övrig relevant kunskap från andra källor, t.ex. nyckelbiotopsinventering (se nedan).

Statistiska aspekter

Skattning på landskapsnivå

Lottningsförfarande vid urval av kartor och smårutor enligt ovan beskrivna design för skattning beskrivs i bilaga 2, Design inklusive formelsamling från sidan 31 och framåt.

Konkreta värden för N , n , λ_1 och λ_2 för tillståndsskattning respektive förändringsskattning exemplifieras i bilaga 2, Design inklusive formelsamling, tabell 3, sidan 28.

Design för upprepade inventeringar redovisas i bilaga 2, Design inklusive formelsamling från sidan 22 och framåt.

Formler för skattning, varians av skattning, kostnadsfunktion samt härledning av variansformler finns i bilaga 2, Design inklusive formelsamling.

Totalinventering av avgränsade objekt (skyddade områden)

Då objekten totalinventeras åskådliggörs förändringar *objektvis* tydligt genom tabeller och diagram. Teckentest föreslås som statistisk metod avseende studier av genomgående förändringstrender för samtliga ingående objekt vid regional uppföljning/miljöövervakning.

Flygbildstolkning

Föreliggande förslag till metodik för inventering av skyddsvärda träd omfattar skyddsvärda träd av alla trädslag. Då det med hjälp av flygbildstolkning är betydligt svårare att lokalisera presumtivt intressanta objekt för skyddsvärda träd i andra miljöer än lövträdsmiljöer med grova träd, måste flygbildstolkningen kompletteras med inhämtande av kunskap från annat håll. Detta kan t.ex. gälla områden med förekomst av hamlade träd.

Flygbildstolkning (IR-bilder) för att lokalisera områden med intressanta träd görs huvudsakligen på grundval av förekommande:

- • stora lövträdskronor
- • åldersmässigt blandade lövbestånd
- • äldre lövbestånd
- • lövbestånd i branter
- • lövträd i gårdsmiljöer, parker, alléer, kyrkogårdar etc.
- • lövträd i ängs- och betesmarker

Tolkningsresultatet bör generellt stämmas av mot/kompletteras med övrig relevant kunskap från andra källor, t.ex. nyckelbiotopsinventering.

Mätprogram

Parametrar

Tabell 1. Översiktstabell med parametrar. Prioritet 1 obligatoriskt för import till trädportal. Basnivå för undersökningstypen vid miljöövervakning bör omfatta parametrar med prioritet 1 och 2. 3=frivilligt.

Område	Parameter	Enhet / klassade värden	Prioritet	Frekvens och tidpunkter	Referens till metodik	
Administrativa data för 500m-ruta eller avgränsat objekt =Lokalnamn i trädportal Vid inventering av större landskapsavsnitt anges ex.vis namn på närmaste gård alt. fastighet.	Observatör/Rapportör	För-, efternamn	1	Vart 10:e år, avlövad period under året (miljöövervakning)		
	Datum	åååå-mm-dd	1			
	500m-ruta (MÖ)	Numeriskt eko.kartbladsnummer-löpnummer för ruta xxxxx-xx	2			
	Alt. Objekt (MÖ)	Nationellt standardiserat nummer för skyddade områden alt. områdeskod för Natura2000	2			
	Syfte	8 klasser	2			
Efterföljare i 500m-ruta eller avgränsat objekt	Efterföljare Antal träd för relevant trädslag – 2 klasser	Antal	2			
Data kopplade till koordinatsatt träd	Träd-ID	Bestäms av enskild användare	1	Vart 10:e år, avlövad period under året (miljöövervakning)		
	Skyddsvärde	5 klasser	1			
	X-koordinat	7 siffror	1			
	Y-koordinat	7 siffror	1			
	Koordinattyp	3 klasser	1			
	Noggrannhet	Se importmall trädportal	1			
	Trädstatus	6 klasser	2			Bilaga 1, fig 1
	Trädslag	Art/Släkte	1			
	Stamomkrets ”	cm	1			Bilaga 1, fig 2
	Hålstadium (hål i stam/gren)	5 klasser för hålträd Specificering (hålplacering) 3 klasser	2			Bilaga 1, fig 3
	Mulmvolym	4 klasser	2			
	Karaktärsdrag	9 klasser	3			Bilaga 1, fig 4
	Grendiameter på hamlingssträd	cm	2			Bilaga 1, fig 5
	Åtgärdsbehov	3 klasser	2			
	Vedartad vegetation	4 klasser	3			Bilaga 1, fig 6
	Täckningsgrad vedartad veg.	4 klasser	3			Bilaga 1, fig 6
Nuvarande omgivning Dominerande miljö inom 50m från trädet	14 klasser	2				
Åtgärder och markanvändning Pågående dominerande skötsel inom 50m från trädet	7 klasser	2				

Version 1:0 : 2009-04-06

Område	Parameter	Enhet / klassade värden	Prioritet	Frekvens och tidpunkter	Referens till metodik
	Artfynd knutna till trädet	Se importmall trädportal	3		
Kommentarer	Kommentarer kan i importmall till trädportal ges för parametrar ovan markerade		3		
	Allmänna kommentarer				

Med denna metodik ges möjlighet att ange grad av åtgärdsbehov. En annan grund för att fastställa dylikt behov är att bestämma typ och omfattning av vedartad vegetation i det koordinat-satta trädets omedelbara närmiljö. Denna möjlighet ges också med presenterad metodik.

Basnivå för undersökningstypen vid miljöövervakning bör omfatta parametrar med prioritet 1 och 2 enligt mätprogram ovan. 3=frivilligt.

Frekvens och tidpunkter

Flera av de processer som kan följas i miljöer med skyddsvärda träd är långsamma. Därför förordas i miljöövervakningssammanhang ett tidsintervall om 10 år mellan inventeringarna. Inventering sker lämpligen under del av året då träden är avlövide och barmark råder (oktober-april/maj). Arbetet går snabbare och klassning av ev. förekomster av hålträd blir säkrare. Vidare underlättar inventering under denna tid för inventeraren att få överblick över objekt med mycket undervegetation, vilket ökar sannolikheten för att alla relevanta data samlas in.

Observations/provtagningsmetodik

Bilaga 1 utgör en detaljerad metodbeskrivning avseende parametrar och klassning.

Inventering av 500m-rutor vid skattning

Fältinventeringen sker genom bältesinventering med 50 meters bältesbredd, där inventeraren går i nord-sydliga inventeringslinjer. Första inventeringslinjen läggs 25 meter in i rutan. Datafångst görs längs linjen och 25 meter i sidled åt båda håll, d.v.s. alla relevanta data samlas in från hela bältesbredden.

Är terrängen mycket kuperad rekommenderas istället att inventeraren nyttjar terrängen. I andra fall kan en kombination av metoderna användas.

Inventering av avgränsade objekt (skyddade områden)

Vid inventering av mindre, avgränsade objekt (ca 25-35 ha) sker fältinventeringen genom bältesinventering, som vid inventering av 500m-rutor. Dock bör linjernas riktning läggas vinkelrätt mot objektets längdriktning i mer långsträckta objekt. Vid fältinventeringen av större, heterogena objekt föreslås att objektet delas in i delobjekt efter i sammanhanget relevanta, fasta biotopytor, som inventeras var för sig och på samma sätt som mindre objekt ovan.

Återinventering

Återinventering sker generellt på samma sätt som vid inventeringstillfälle 1. Ett alternativ till att totalinventera vid återinventering är att lokalisera tidigare registrerade träd och sedan lägga en bestämd tid att söka fritt efter ”nya” träd. Analys, med utgångspunkt från kostnadsfunktion enligt design för skattning, visar dock att tidsvinsten med det senare alternativet blir mer betydande först i större objekt (≥ 50 ha) med relativt få träd. Se bilaga 2, tabell 2, s23.

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

Koordinatsättning

Koordinater ska anges med minst 7 siffror. Koordinatsystem: RT90, SWEREF99 eller WGS84.

Checklista över rekommenderad utrustning

Följande utrustning bör tillhandahållas:

- Kartor (topografisk karta, ekonomisk karta/motsvarande och fältkarta med avgränsade områden)
- Ev. tidigare inventeringsresultat
- Skrivplatta
- Fältblanketter (handdator med fältapplikation i förekommande fall + fältblanketter)
- Måttband
- GPS
- Kikare
- Morakniv eller motsvarande med bladlängd om minst 10 cm
- Vattenfast penna
- Mobiltelefon för nödsituationer

Fältprotokoll

Vid ny inventering används fältprotokoll (Bilaga 3). Alternativt används handdator med fältapplikation. I sistnämnda fall bör fältprotokoll finnas tillgängligt som reserv om handdatorn slutar fungera.

Bakgrundsinformation

Väsentliga parametrar för tolkning av resultaten ingår i metodiken och ges av metodbeskrivning, Bilaga 1. Historiska kartor och äldre inventeringar kan ge ytterligare intressant information.

Kvalitetssäkring

Rekommendation om förkunskaper och utbildning

- Inventeraren bör ha arbetat med liknande arbetsuppgifter eller har motsvarande erfarenheter. I annat fall bör nya inventerare inledningsvis arbeta parallellt med en erfaren inventerare.
- Innan inventeringen börjar bör en centralt anordnad utbildning genomföras (t.ex. genom länsstyrelsen).
- Under en längre inventeringsperiod bör inventerarna ges möjlighet till återsamling för kalibrering av metodik.
- Inventeraren måste ha grundläggande kunskaper i GIS (ArcView, ArcGIS eller motsvarande) för att kunna skärmdigitalisera avgränsning för inventerade områden och för att i förekommande fall skriva ut fältkartor.

Databehandling, datavärd

ArtDatabanken är datavärd och tillhandahåller rapporteringssystemet Trädportalen via Internet, samt drift och support av systemet. Kvaliteten i innehållet garanteras dock av rapportören. Trädportalen kommer också att innehålla uppgifter om träd från andra verksamheter och från allmänheten, varför uppgifter om materialets ursprung alltid måste medfölja. Uppgifterna kan komma att spridas till andra centrala system, t.ex. VIC-natur. För att kunna rapportera till Trädportalen krävs ett konto som erhålls efter registrering, detta är personligt. Allmänheten kan dock se uppgifterna utan registrering. Uppgifterna kan komma att ändras av administratörer i samband med kvalitetsgranskning.

Utvärdering

Inventeringsresultatet kan utvärderas på flera olika nivåer, från egenskaper hos enskilda träd över sammansättning på beståndsnivå till skillnader mellan objekt vad gäller t.ex. bevarandestatus eller skötselbehov. När övervakningen pågått en längre tid kan förändringar över tiden utvärderas. I de fall större landskapsavsnitt inventeras ges ytterligare möjligheter till utvärdering och analys avseende konnektivitet etc. Utvärdering kan exempelvis innehålla sammanställning av:

- Hålträdsfördelning och/eller grovlek bland koordinatsatta träd i ett objekt eller i ett större landskapsavsnitt.
- Förekomst av ersättningsträd.
- Graden av vedartad vegetation kring de koordinatsatta träden (visar grad av ljusexponering, konkurrens eller ev. åtgärdsbehov).

Kostnadsuppskattning

Kostnadsuppskattning

Fasta kostnader

Skrivplatta	250 kr
Måttband	500 kr
GPS	2000 kr och uppåt
Kompass	200 kr
Kikare	500 kr och uppåt
Mobiltelefon	1000 kr och uppåt
Handdator med applikation	

Tidsåtgång

Tidsåtgång

Tidsåtgång för utbildning och kalibrering av inventerare uppskattas beroende på förkunskaper till 2-4 dagar.

Tidsåtgång för olika moment vid inventering av samplade rutor är i föreslagen design för skattning enligt nedan:

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

1. Transport till och från ett kartblad (fält). Tid C_1 per kartblad. $C_1 = 120$ minuter
2. Transport mellan rutor inom kartblad (fält). Tid C_2 per ruta (även till första rutan). $C_2 = 20$ minuter.
3. Inventering inom ruta. Här antas att man går längs parallella linjer och inventerar i bälten, med halva bältesbredden (synsträckan) b meter. Avståndet mellan linjer blir därmed $2b$ meter. Till tiden räknas också den tid det tar att ta sig till och från inventeringslinjen till träd som upptäcks. Gånghastigheten antas vara 2 minuter per 100 meter. Den totala tiden per inventerad ruta blir då lika med

$$C_3 = \frac{2}{100} \left(\frac{a^2}{2b} + b \cdot T + 2a \right) \text{ minuter}$$
 där a = längden av rutsidan och T = antalet träd i rutan
4. Registrering och bearbetning av data (inkl. det som görs på rummet). Det antas att den totala tiden för detta är 10 minuter per träd. Det gör per ruta tiden $C_4 = 10 \cdot T$ per ruta.
5. Kostnad för flygbildstolkningen. Det antas att tiden per ruta är 5 minuter (rutsidans längd = 500 meter. Kostnaden betecknas C_5 .

Se även ”**Kostnadsfunktion**” för designen samt *Optimal resurstilldelning* i bilaga 2, Design och formelsamling.

Författare och övriga kontaktpersoner

Programområdesansvarig, Naturvårdsverket:

Ola Inghe

Miljöövervakningsenheten/Miljöanalysavdelningen

Naturvårdsverket

106 48 Stockholm

Tel: 08-698 15 71

E-post: ola.inghe@naturvardsverket.se

Författare:

Kenneth Claesson

Naturvårdsenheten

Länsstyrelsen Östergötland

581 86 Linköping

Tel: 013-19 65 07

E-post: kenneth.claesson@lansstyrelsen.se

Experter:

Nicklas Jansson

Naturvårdsenheten

Länsstyrelsen Östergötland

581 86 Linköping

Tel: 013-19 60 67

E-post: nicklas.jansson@lansstyrelsen.se

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

Version 1:0 : 2009-04-06

Sören Holm (statistik)
Institutionen för Skoglig resurshushållning
SLU, Skogsmarksgränd
901 83 UMEÅ
Tel: 090-786 82 24
E-post: Soren.Holm@srh.slu.se

Referenser

1. Höjer O. & Hultengren S., 2004. Åtgärdsprogram för särskilt skyddsvärda träd i kulturlandskapet. Rapport / Naturvårdsverket 5411, 2004.
<http://www.naturvardsverket.se/sv/Nedre-meny/Webbokhandeln/ISBN/5400/91-620-5411-2/>
2. Hultengren S. & Nitare J., 1999. Inventering av jätteträd: instruktion för inventering av grova lövträd i södra Sverige. Skogsstyrelsen ISBN 91-972363-4-9.
3. Claesson K., 2001. Landskapskartering av gamla träd och alléer i Östergötland. Länsstyrelsen Östergötland, 2001. Rapport 2001:11. ISBN 91-7488-051-9.
4. Sellberg R., 2005. Inventering av grova träd i Södermanlands län. Länsstyrelsen Södermanland, 2005. Rapport 2005:4. ISSN 1400-0792.
<http://www.d.lst.se/NR/rdonlyres/FF484421-AB9B-42BC-A99D-F3742A9D8836/0/rapport2005.pdf>
5. Hultengren S., 2001. Övervakningsmetoder för lavar inom regional miljöövervakning. Länsstyrelsen Västra Götaland, Rapport 2001:25. ISSN-1403-168X.

Uppdateringar, versionshantering

Version 1:0 : 2009-04-06. Ny undersökningstyp.

Bilaga 1. Metodbeskrivning: Inventering av skyddsvärda träd

Detaljerad metodbeskrivning med definitioner.

Kriterier för träd som registreras

Undersökningstypen är framtagen för inventering av skyddsvärda träd av alla trädslag.

Nedanstående kriterier utgör miniminivå för vilka skyddsvärda träd som bör registreras (koordinatsätts). Om det av naturgeografiska eller andra skäl finns anledning att registrera träd med klenare dimensioner är detta fullt möjligt och avgörs av den enskilda användaren.

Med särskilt skyddsvärda träd avses följande enligt *Åtgärdsprogram för särskilt skyddsvärda träd i kulturlandskapet* (Ref. 1):

- Jätteträd; träd ≥ 1 meter i diameter på det smalaste stället upp till brösthöjd (brösthöjd=1,3 m över marken)
- Mycket gamla träd; gran, tall, ek och bok äldre än 200 år. Övriga trädslag äldre än 140 år.
- Grova hålträd; träd $\geq 0,4$ meter på det smalaste stället upp till brösthöjd med utvecklad hållighet i stam (eller gren)

Övriga skyddsvärda träd utgörs av:

- Döda stående/liggande träd $\geq 0,4$ meter på det smalaste stället upp till brösthöjd alt. från stambas. (För liggande avbrutna stammar gäller $\geq 0,4$ meter vid brottställe.) Döda liggande träd ska ej registreras om veden är så murken att man vid mätställe utan ansträngning kan trycka in hela bladet på en morakniv (=10 cm).
- Hamlade träd

Med denna metodik ges möjlighet att samla in uppgifter om *antal* efterträdare inom ett specifikt avgränsat område för de trädslag man önskar notera. *Efterträdare koordinatsätts alltså inte i denna metodik.* Möjlighet ges även att notera antal för två klasser:

- 0,10-0,49 meter i brösthöjd
- 0,50-0,99 meter i brösthöjd

Observera att mycket gamla träd, hålträd, döda stående/liggande träd, hamlade träd enligt ovan koordinatsätts och inte hör till kategorin efterträdare.

Fältprotokollsuppgifter

Administrativa data

Observatör

Ange för- och efternamn

OBS! Då data ska importeras till trädportalen krävs att ett konto skapas för varje observatör/rapportör.

Datum obligatoriskt för import till trädportal

Inventeringsdatum. Ange år-månad-dag enligt åååå-mm-dd.

Lokalnamn

Vid inventering av större landskapsavsnitt (Regional inventering, Åtgärdsprogram etc.) anges lämpligen närmaste gård alternativt aktuell fastighet.

Då inventeringen är ett led i miljöövervakning anges 500m-rutans ID bestående av numerisk beteckning för ekonomiskt kartblad kombinerat med löpnummer för 500m-ruta i kartbladet (XXXXX-XX), eller det avgränsade objektets nummerbeteckning för NR alternativt områdeskod för Natura 2000-områden.

Län (länskod)

Kommun (kommunkod)

Syfte

Ange syfte med inventering:

- 8 Basinventering Natura 2000
- 11 Uppföljning Natura 2000
- 12 Miljöövervakning
- 13 Åtgärdsprogram
- 14 Skötselplan, bevarandeplan
- 15 Regional inventering
- 16 Enstaka fynd
- 17 Övrigt

Efterträdare

OBS! I dagsläget kan antal efterträdare endast matas in i trädportalen i samband med att enskilda skyddsvärda träd registreras. I föreliggande undersökningstyp gäller att ersättningsträd räknas per ruta/objekt/inventeringsyta. Därför föreslås att *det totala antalet ersättningsträd inom ytan* anges för *varje* inmatat skyddsvärt träd av det trädslag för vilket antal ersättningsträd räknats, och att man i kommentarsfältet anger vilken ruta/objekt/inventeringsyta som avses.

Efterträdare

Här anges det totala antalet efterträdare i den inventerade 500m-rutan alt. det inventerade objektet för relevanta trädslag inom de klasser som valts.

Heltal

i kombination med vald klass nedan:

- 1 0,10-0,49 m bhd
- 2 0,50-0,99 m bhd

Data kopplade till koordinatsatt träd

Träd-ID (ex GPS. För import till trädportal måste för varje träd finnas ett unikt ID-nummer. Se även Allmänna kommentarer nedan!)

Skyddsvärde, flera val möjliga (minst ett värde obligatoriskt för import till trädportal)

- 1 Grovt träd
- 2 Gammalt träd
- 3 Hålträd
- 4 Hamlat träd
- 5 Övrigt

Latitud/Nord (X-koordinat) obligatoriskt för import till trädportal
7 siffror. Koordinatsystem: RT90, SWEREF99 eller WGS84.

Longitud/Öst (Y-koordinat) obligatoriskt för import till trädportal
7 siffror. Koordinatsystem: RT90, SWEREF99 eller WGS84.

Koordinattyp (obligatoriskt vid import till trädportal)

- 1 WGS84
- 2 RT90
- 3 SWEREF99 TM

Noggrannhet (obligatoriskt vid import till trädportal)**Trädstatus**

För levande träd uppskattas trädstatus efter hur stor andel av kronan som är vital (=har skottbildning) i en tänkt optimal krona. Vid bedömning ska om möjligt förlust av grenar i kronan vägas in. Se figur 1 sidan 15.

Registrering av döda stående/liggande träd är angelägen för att få ett mått på förekomsten av grov död ved. Gamla träd fläks ofta varvid mycket grova stamdelar kan bli skilda från en kvarstående stam och bli liggande på marken. Om den liggande stamdelen vid brottstället är 0,4 m eller mer i diameter ska denna registreras som liggande dött träd och den kvarstående stammen (om den är högre än 2 m) registreras separat.

Levande träd klassas enligt:

- 1 Friskt (> 50 % av kronan vital)
- 2 Klart försämrad (20-50 % av kronan vital)
- 3 Låg vitalitet (< 20 % av kronan vital)

Döda träd klassas enligt:

- 4 Dött stående träd (inkl. högstubbar \geq 2 m)
- 5 Dött liggande träd. Träd ska ej registreras om veden är så murken att man vid mätställe utan ansträngning kan trycka in hela bladet på en morakniv (=10 cm).

För ej återfunna träd anges:

- 6 Trädet saknas

Trädslag (obligatoriskt för import till trädportal)

Valbara trädslag:

- | | | |
|-------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1. Alm-släktet | 18. En | 35. Lärk, europeisk |
| 2. Skogsalm | 19. Gran | 36. Lönn |
| 3. Vresalm | 20. Gråal | 37. Oxel |
| 4. Lundalm | 21. Hassel | 38. Pil (flera arter) |
| 5. Apel-släktet | 22. Hagtorn-släktet | 39. Knäckepil |
| 6. Apel, äpple | 23. Trubbhagtorn | 40. Vitpil |
| 7. Vildapel | 24. Rundhagtorn | 41. Poppel (utom asp) |
| 8. Ask | 25. Spets/korallhagtorn | 42. Pärön |
| 9. Asp | 26. Hägg | 43. Rönn |
| 10. Avenbok | 27. Hästkastanj | 44. Salix (viden m.fl.) |
| 11. Björk-släktet | 28. Idegran | 45. Säl |
| 12. Glasbjörk | 29. Jolster | 46. Sötkörsbär / fågelbär |
| 13. Vårtbjörk | 30. Klibbal | 47. Tall |
| 14. Bok | 31. Lind-släktet | 48. Tysklönn |
| 15. Ek-släktet | 32. Skogslind | 49. Obestämd |
| 16. Bergek | 33. Parklind | 50. Övrigt |
| 17. Skogsek | 34. Bohuslind | |

1
**> 50 % av
kronan vital**



2
**20-50 % av
kronan vital**



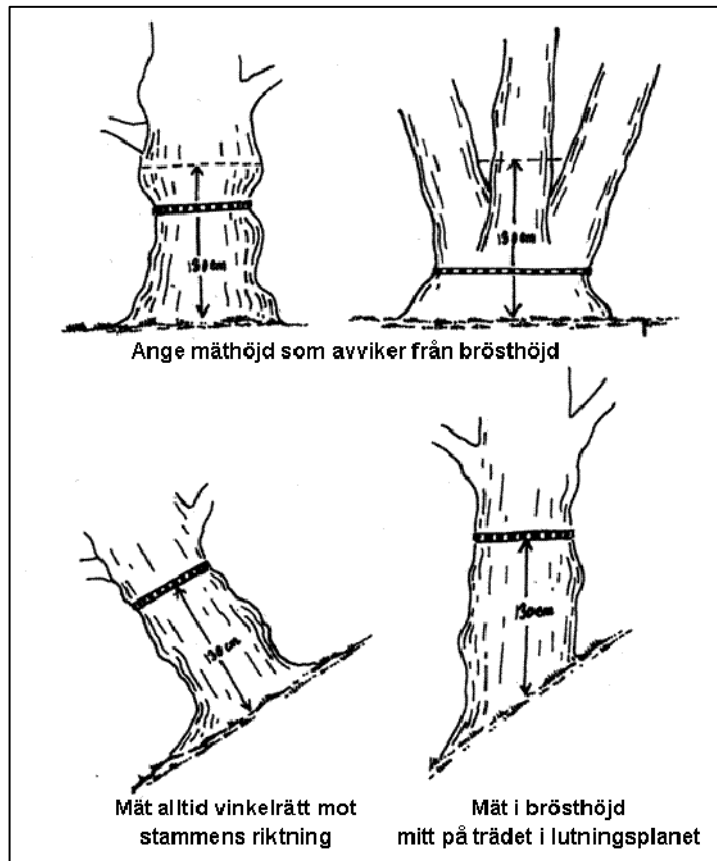
3
**< 20 % av
kronan vital**



Figur 1. Hjälppfigur för bedömning av trädstatus hos levande träd.

Stamomkrets

Anges i hela centimeter. Stående träd mäts på smalaste ställe, där det är *en* stam, upp till 1,3 meter (=brösthöjd) över marknivå vinkelrätt mot stammen (figur 2). Liggande träd mäts på smalaste ställe upp till 1,3 meter från stambas. Om mät höjd avviker från 1,3 meter anges detta under *Stamomkrets kommentar*.



Figur 2. Hjälpfigur för mätning av stamomkrets. Omarbetning efter "Inventering av jätteträd", Skogsstyrelsen, 1999.

Hålstadium (hål i stam/gren)

Med hål avses ingångshål till hålighet i ved. Skador i bark som vallats över, grunda hackspettthack, fläxskador eller grenbrott räknas inte som hål. Håligheter mellan rot och mark (t.ex. träd på socklar) räknas endast om det finns hålighet i veden. Vid bedömning anges värde enligt hålklassindelning (figur 3). Lägsta värde för att hål ska registreras är en håldiameter på 3 cm. Endast ett värde anges och klassningen görs utifrån det största ingångshålet. Om trädet har fler än ett ingångshål kan detta noteras i *Hålstadiekommentar*.

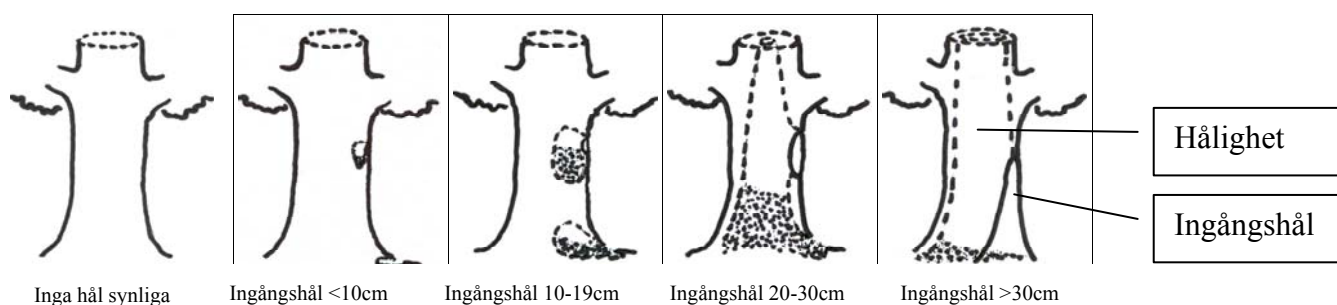
Klasser:

- 1 Inga hål synliga
- 2 Ingångshål < 10 cm i diameter
- 3 Ingångshål 10-19 cm i diameter
- 4 Ingångshål 20-29 cm i diameter
- 5 Ingångshål \geq 30 cm i diameter

Specifisering

För ingångshålets placering i höjddled görs specifisering enligt:

- 1 Placering ej bedömd
- 2 ovan mark
- 3 med markkontakt



Figur 3. Hjälppfigur för hålklassning.

Mulmvolym

I de fall det är möjligt att se hålighetens beskaffenhet (figur 3) kan en grov uppskattning av mulmvolym göras. En liten hålighet har relativt lite mulm medan en mycket stor hålighet kan rymma förhållandevis mycket mulm, förutsatt det inte finns ett ingångshål med markkontakt som fått till följd att volymen mulm reducerats. Uppskattningen görs utifrån volymberäkning $YTA * DJUP$. Fyra klasser enligt nedan:

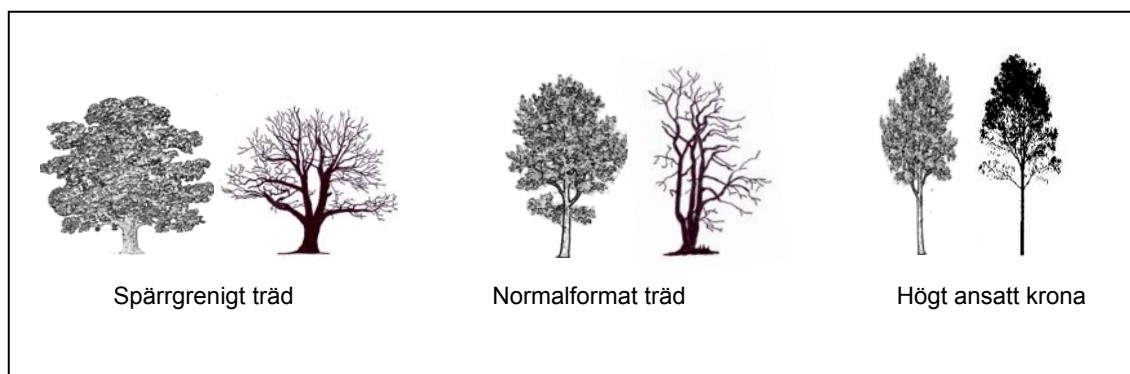
- 1 Mulmvolym ej bedömningsbar
- 2 \leq 10 liter mulm
- 3 10 liter < 1 m^3 mulm
- 4 $\geq 1 \text{ m}^3$ mulm

Karaktärsdrag

Nedanstående karaktärsdrag kan importeras till trädportal:

- 1 Ej bedömt
- 2 Stackmyror (avser endast Fomica rufa-gruppen)
- 3 Brandspår
- 4 Spärrgrenigt träd
- 5 Normalformat träd
- 6 Högt ansatt krona
- 7 Barklös stamved
- 8 Savflöde
- 9 Övrigt

Trädets form kan berätta om hur sluten/öppen miljön varit under trädets huvudsakliga tillväxtperiod (figur 4). Vid bedömning bör hänsyn tas till grenförlust till följd av t.ex. igenväxning. **Trädform anges ej för hamlingsträd!**



Figur 4. Hjälppfigur för bedömning av trädform.

Grendiameter (cm) på hamlingsträd

För registrerat hamlingsträd anges genomsnittlig diameter på kvistar/grenar/delstammar som skjuter ut kring senaste hamlingspunkt (figur 5). Mått anges i centimeter. Noll (0) anges för nyligen hamlat träd.

Åtgärdsbehov

Anges enligt nedan:

- 1 Akut (inom 2 år)
- 2 Snart (inom 3-10 år)
- 3 Framtida (> 10 år)
- 4 Inget

Vedartad vegetation i det koordinatsatta trädets närmiljö

Anges förekommande typer av omgivande vedartad vegetation enligt nedan angivna 4 klasser och därefter Värde för respektive vegetationstyp.

Buskar inkluderar hassel och en.

Yta för vilken bedömning ska göras omfattar ytan från trädets stam till 5 meter utanför kronprojektion (figur 6). För liggande träd görs bedömning utifrån täckningsgrad av omgivande vegetation 5 meter ut på båda sidor längs huvudstammen.

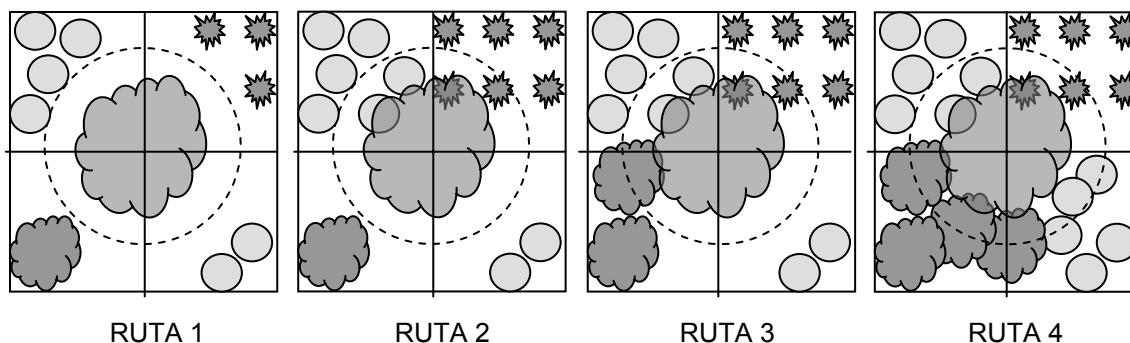
- 1 buskar
- 2 sly och unga träd (< 10 cm bhd)
- 3 lövträd (\geq 10 cm bhd)
- 4 barrträd (\geq 10 cm bhd)

Specifikation (täckningsgrad av vedartad vegetation i det koordinatsatta trädets närmiljö)

Yta för vilken bedömning ska göras omfattar ytan från trädets stam till 5 meter utanför kronprojektionen (figur 6). För liggande träd görs bedömning utifrån täckningsgrad av omgivande vegetation 5 meter ut på båda sidor längs huvudstammen.

Täckningsgrad av omgivande vegetationstyper klassas, för varje vegetationstyp enligt:

- 1 Ingen vegetation
- 2 < 25 %
- 3 25-75 %
- 4 >75 %



Figur 6. Hjälppfigrer för bedömning av täckningsgrad av vedartad vegetation i det koordinatsatta trädets närmiljö (ytan från trädets stam till 5 meter utanför trädets kronprojektion).

Klassning för exempel ovan:

Ruta 1: *Ingen vegetation* för alla vegetationstyper

Ruta 2: < 25 % för buskar och sly/unga träd. *Ingen vegetation* för löv- eller barrträd.

Ruta 3: < 25 % för buskar och sly/unga träd. < 25 % för löv- eller barrträd.

Ruta 4: 25-75% för sly/unga träd. < 25 % för buskar. 25-75% för löv- eller barrträd.

(I de fall omgivande vegetation består till lika delar av lövträd och barrträd (≥ 10 cm bhd) och trädens sammanlagda täckningsgrad är > 75% anges klassen 25-75% för löv respektive barr.)

Nuvarande omgivning (inom 50 m radie från koordinatsatt träd)

Ange dominerande omgivning. I trädportalerna är upp till tre val möjliga.

- | | | |
|----|------------|---|
| 1 | Allé | Träd planterade i enkel eller dubbel rad som består av minst 5 träd längs en väg eller kanal. Minst 50 m till närmaste nästa alléträd. |
| 2 | Väggkant | Miljö med träd som växer i väggkant men som inte ingår i allé. |
| 3 | Kyrkogård | Område innanför kyrkogårdsmuren eller i direkt anslutning till kyrkogården. |
| 4 | Park | Grönområde eller anläggning brukad som park. |
| 5 | Tomt | Fastighet som används som tomt, trädgård, gårdsplan eller liknande. |
| 6 | Lövskog | Areal >0,5 ha med ≥ 30 % krontäckning, där >70 % av den totala trädvolymen utgörs av lövträd ≥ 5 meter. |
| 7 | Barrskog | Areal >0,5 ha med ≥ 30 % krontäckning, där >70 % av den totala trädvolymen utgörs av barrträd högre än fem meter. |
| 8 | Blandskog | Areal >0,5 ha med ≥ 30 % krontäckning, där varken lövträd eller barrträd högre än fem meter utgör >70 % av den totala trädvolymen. |
| 9 | Hygge | Avverkad skog där merparten av återstående träd är lägre än fem meter. |
| 10 | Gräsmark | Naturlig gräsmark. Krontäckning av ≥ 5 meter höga träd <30 %. |
| 13 | Åker/vall | Hit räknas även åkerholmar $\leq 0,5$ ha |
| 14 | Vatten | Miljö med träd som växer vid sjökant/längs vattendrag bredare än tre meter (men som inte ingår i allé). |
| 15 | Bebyggelse | Miljö som till övervägande del består av hårdgjord eller bebyggd mark, ex. stadsmiljö eller industriområde. |
| 16 | Övrigt | Kan kompletteras under <i>Omgivningskommentar</i> . |

Åtgärder och markanvändning (inom 50 m radie från koordinatsatt träd)

Pågående dominerande markanvändning (skötsel/aktivitet).

I tveksamma fall är åtgärderna genomförda de senaste 5 åren.

- | | |
|---|--------------------|
| 1 | Avverkning |
| 3 | Bete |
| 4 | Röjning / gallring |
| 5 | Markarbete |
| 6 | Slåtter |
| 8 | Inget |
| 9 | Övrigt |

Arter påträffade på koordinatsatt träd**Art** (enligt lista i trädportal)**Antal** (heltal)**Enhet**

- 1 individer
- 2 plantor
- 3 fruktkroppar
- 4 cm²
- 5 dm²
- 6 bålar
- 7 tuvor

Kommentarer

För var och en av nedanstående parametrar ges i trädportalens importmall utrymme för kommentarer:

- Art (träslag)
- Syfte
- Observationsdatum
- Trädstatus
- Grendiameter
- Mulmvolym
- Stamomkrets
- Hålstadium
- Omgivning
- Markanvändning
- Efterföljare
- Vedartad vegetation
- Anledning
- Åtgärdsbehov

Allmänna kommentarer

Här anges förslagsvis det unika ID som skapats lokalt för koordinatsatta träd.

Vid import till trädportal skapas ett nytt, för portalen unikt ID för varje träd. Detta är INTE identiskt med det ID som skapats lokalt.

Bilaga 2. Design inklusive formelsamling

Författare: Sören Holm, Institutionen för Skoglig resurshushållning, SLU, Mars 2008

Förslag till design för skattningar rörande skyddsvärda träd.

Nedanstående design har arbetats fram dels under tidig höst 2007 och dels under vintern 2008 med hjälp av ett unikt material av cirka 130000 koordinatsatta träd i Östergötland.

Designen avser insamling av data för skattningar rörande skyddsvärda träd, både vad gäller tillstånd vid visst tillfälle och för förändringar mellan två tillfällen.

Skyddsvärda träd tillhör det slag av objekt som kan kallas sparsamt eller sällsynt förekommande. I materialet från Östergötland är antalet mindre än 0,1 träd per hektar och då är inte vissa områden med trivial barrskog inräknade. Med vedertagna och objektiva urvalsdesigner är det oerhört resurskrävande att för sådana objekt erhålla skattningar av god precision. För enkelhets skull benämns skyddsvärda träd i allmänhet bara "träd" nedan.

Den här föreslagna designen är baserad på omfattande försök med många olika tänkbara design. Därvid har kostnader, i form av tidsåtgång, och statistisk precision beaktats och i viss mån även praktiska och psykologiska faktorer.

Grunddesign

Designen beskrivs först nedan, punktvis, varefter kommentarer och ytterligare detaljer ges.

1. Det aktuella området (länet) indelas i ekonomiska kartblad (5×5 km)
2. Ett sampel om N kartblad läggs ut systematiskt i s.k. förband.
3. De utlottade kartbladen delas vardera in i rutor om 500×500 meter (100 rutor per kartblad).
4. I de utlottade kartbladen läggs n stycken av de 100 rutorna ut systematiskt i förband.
5. De n rutorna flygbildstolkas med avseende på skyddsvärda ("grova") träd och delas, för varje kartblad, in i två s.k. strata (grupper), där stratum 1 utgörs av rutor med "få eller inga träd" ($få \leq 4$ träd) och stratum 2 utgörs av rutor med "fler än få träd" (> 4 träd). De två stratumen kommer då att omfatta n_1 respektive n_2 rutor, där $n_1 + n_2 = n$. Medan n är bestämt på förhand så är n_1 och n_2 främst styrda av resultatet av flygbildstolkningen (och ev. inhämtande av annan kunskap om t.ex. hamlingsträd).
6. Av de n_1 rutorna i stratum 1 besöks andelen λ_1 i fält, alltså antalet $r_1 = \lambda_1 \cdot n_1$. På samma sätt besöks andelen λ_2 i stratum 2, alltså $r_2 = \lambda_2 \cdot n_2$ stycken rutor. Enligt designen är andelarna λ_1 och λ_2 fixerade och lika stora för alla rutor. Däremot är λ_1 och λ_2 olika stora.
7. Rutor som besöks i fält totalinventeras. För designen har antagits att inventeraren följer linjer i NS och inom ett visst siktavstånd upptäcker träd åt båda sidorna från linjerna. Träden

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

”besöks” för registrering av olika parametrar varefter återgång till linjen sker. Man kan alltså säga att inventeringen av rutan sker i bälten med dubbla siktavståndet.

Designen är av typ flerstegsdesign med tvåfassampling för stratifiering.

Kommentarer till moment 1 - 7

1.1 Området (länet) kan inte delas upp exakt i kartblad. I gränsområdena delas kartbladen. Förslagsvis hanteras detta på följande sätt:

Kartblad som till minst hälften av arealen ligger inom området (länet) tas med. Antalet rutor som utlottas inom området (steg 4) reduceras i proportion till arealen. Fortfarande är inte hela området med i populationen, men nästan. Vid skattning måste hänsyn tas till hur stor andel av varje kartblad som ligger inom området.

1.2. Samma sak som i 1.1 gäller för större sjöar, triviala barrskogar (med praktiskt taget inga skyddsvärda träd), stadsbebyggelse (utan parker) etc. Inget hindrar att man hanterat t.ex. större sjöar på annat sätt än gränsområden.

2.1. De undersökningar som gjorts bygger på helt slumpmässiga utlägg. Det är dock generellt bättre att vid areell sampling lägga ut observationsytor (här kartblad) systematiskt över området, alltså i ett visst förband. Det kan då dock inträffa att något fler eller färre kartblad än det önskade antalet N verkligen faller inom området. Det medför inget statistiskt problem, men kan göra att planerade kostnader blir något högre eller lägre.

3.1 Att indela och utlotta i två steg, kartblad och rutor, har bedömts effektivt rent ekonomiskt (i stället för att lotta rutor rakt över området). Då har restid till och från kartblad och tid för förflyttning mellan rutor beaktats.

3.2. Andra rutstorlekar än 500 meters sida har prövats, men inte befunnits ge mer noggranna skattningar i allmänhet. Den valda sidolängden känns också rimlig ur en praktisk synvinkel och borde i de flesta fallen kunna inventeras på en halv arbetsdag, så att två rutor (i genomsnitt) borde klaras på en arbetsdag.

4.1. Vad som sagts om helt slumpmässigt och systematiskt utlägg i kommentaren 2.1 gäller även för rutor. Ett utlägg av rutor i ett reguljärt förband (eller liknande) är att föredra framför ett helt slumpmässigt.

5.1. För att erhålla rimlig precision till godtagbar kostnad krävs annan information än den man kan insamla vid fältbesök. Här antas att man vid flygbildstolkning skall kunna avgöra om viss ruta innehåller få eller flera träd (”grova” träd). Det är då givet att en relativt mycket mindre *andel* av rutor med få träd ska fältbesökas än de med många. Antalet rutor med få träd kommer vid bra gränsdragning att vara betydligt fler än de med många. För undersökningarna som gjorts har ”få” träd i rutor med 500 meters sida satts till fyra träd (vilket kanske innebär 2-3 tolkade i flygbild?). I genomsnitt i det aktuella materialet kom cirka 87 % av rutorna att hamna i stratimet med få träd. (I genomsnitt över alla rutor fanns ungefär 2.3 träd per ruta med 500 meters sida).

5.2. Det kommer säkert att inträffa att man bland de n rutorna inte hittar någon ruta i stratimet ”flera träd” ($n_2 = 0$). Det är bara att acceptera. Det blir då givetvis ingen sådan ruta

i kartbladet att besöka (men däremot i det första stratomet). Man får inte i ett sådant fall fortsätta att tolka rutor tills man eventuellt hittar en ruta med flera träd. Antalet n är alltså givet på förhand och ska hållas.

5.3. Notera att indelningen i strata görs per kartblad i urvalet och inte totalt.

6.1. Se noten 5.3 just ovan. Vi ska sampla i de två stratumen per kartblad. Vi ska alltså inte enligt designen lägga ihop alla rutor med få träd över hela området och sedan ta ett slumpmässigt sampel ur denna mängd. Urvalet görs alltså per kartblad.

6.2. Det kommer givetvis att inträffa att de beräknade antalen r_1 och r_2 inte är heltal. I de flesta fall kan vi då avrunda till närmaste heltal, med ett undantag. Är (t.ex.) r_2 mindre än 1, t.ex. 0.36 så höjer vi detta till 1. Vi har då funnit minst en ruta i stratum 2 och då ska vi inventera (åtminstone) en sådan. Givetvis gäller detsamma för stratum 1. Notera att det är *andelarna* λ_1 och λ_2 som enligt designen är fixerade, inte antalen r_1 och r_2 (detta tillhör inte kutymen, men antalet rutor per kartblad att besöka i fält kommer i de flesta fall att bli så ringa att det uppstår praktiska problem med att fixera antalen r_1 och r_2).

6.3. De två stegen 5 och 6 är ovanliga och de som gör designen något speciell. Det kan krävas ett par genomläsningar innan det tänkta tillvägagångssättet är fullständigt klart.

7.1. I tidigare versioner av beräkningar som gjorts har antagits att träds positioner kunnat anges i flygbild och att det därför vore möjligt att hitta en kortare total inventeringsrutt än den beskrivna. Detta antagande har dock senare bedömts som väl optimistiskt. I praktiken kan man nog ändå hitta en något snabbare väg än den beskrivna.

Design för upprepade inventeringar

Grunddesignen ovan kan sägas vara konstruerad med tanke på att skatta *tillståndet* vid ett visst tillfälle, alltså konstruerad för en engångsinventering. Nu är man säkerligen minst lika intresserad av att skatta *förändringar* mellan två (eller flera) tillfällen, alltså att finna en konstruktion för upprepade inventeringar. Vi kan ändå utgå från grunddesignen, men den fråga man måste ta ställning till är om man ska sampla nya kartblad och/eller rutor vid de olika tillfällena eller använda samma kartblad/och rutor vid alla tillfällen. Den här frågan är ingen man kan vänta med (till tillfälle 2) eftersom även bestämningen av lämpliga värden på de fyra parametrarna N , n , λ_1 och λ_2 påverkas av den inriktning man väljer.

Man kan generellt sett säga följande, förutsatt att man använder sina data på bästa sätt:

- a) Vare sig man är mest intresserad av att skatta tillstånden för de olika tillfällena eller av att skatta förändringen så lönar det sig statistiskt (och även ekonomiskt) att använda sig av åtminstone några permanenta kartblad/rutor.
- b) Om man endast är intresserad av att skatta förändringen mellan två tillfällen är det bäst att använda bara permanenta rutor.
- c) Om man endast är intresserad av att skatta tillstånden de olika tillfällena ska man använda relativt få permanenta rutor.

Nu visar det sig (se avsnittet om analyser nedan) att det är mycket kostsamt att skatta tillståndet vid ett visst tillfälle med god noggrannhet, varför man troligen får acceptera ett resonemang av typen: "Tillståndet idag är som det är, det är inte mycket att göra åt. Det viktiga är att det inte försämras framöver" och alltså vara mest intresserad av att skatta förändringar. Vi skulle då endast använda oss av permanenta rutor.

Nu finns det dock ett skäl till att även använda sig av tillfälliga (icke-permanenta) kartblad/rutor om ovanstående grunddesign väljs. Det beror på stratifieringen inom kartblad som görs vid tillfälle 1. Den stratifiering som där utförs görs med hjälp av flygbildstolkningen och det antal "grova träd" man där bedömer finnas i de olika rutorna. *Denna stratifiering är sedan fixerad för all framtid, oavsett hur många träd som fanns vid tillfälle 1 eller finns vid senare tillfällen.* Alltså, upprepat på grund av den viktiga innebörden: Stratifieringen görs "bara" med hjälp av antal träd och stratumtillhörigheten är därefter för tid och evighet fastlagd. På lång sikt kommer detta nog att innebära att stratifieringen blir alltmer ineffektiv därför att nya träd tillkommer och gamla försvinner och vi kommer att ha rutor i stratum 1 med "flera träd" och i stratum 2 med "få". På kortare sikt, några tiotal år, är dock säkert den ursprungliga stratifieringen effektiv. Det här problemet kan man råda bot på om man för varje nytt inventeringstillfälle byter ut en viss andel "gamla" kartblad mot "nya". För de nya kartbladen tillämpas grunddesignen (flygbildstolkning och utlottning av rutor i stratumen för fältbesök). Notera att vi vid upprepad inventering annars inte behöver flygbildstolka de permanenta rutorna igen, deras stratumtillhörighet är ju redan bestämd.

Ovanstående leder till följande moment, som ges numren 8 och 9:

8. Vid inventeringstillfälle 2 fält inventeras samma rutor i 75 % av de kartblad som var utlottade vid tillfälle 1. Nya kartblad motsvarande 25 % av samtliga som ska inventeras utlottas. För de senare görs flygbildstolkning, stratifiering och utlottning av rutor.

9. Utbyte av kartblad/rutor sker rullande så att en utlottad ruta med säkerhet kommer att ingå under fyra på varandra följande inventeringar.

Kommentarer till momenten 8 - 9

8.1. Siffran 75 % är vald som ett exempel, men förefaller intuitivt vara rimlig.

8.2. Utlottningen av "nya" kartblad kan vara helt slumpmässig och skulle kunna innebära att ett "gammalt" blir utlottat igen. Då ska givetvis ny flygbildstolkning utföras även här. Kartbladet och dess rutor ska då även betraktas som nytt vid skattningar etc. Det går dock att lotta kartblad så att ett garanterat "verkligt" nytt kommer med.

8.3. Val av gamla och nya kartblad ska ske genom lottning. Man får t.ex. inte själv välja att plocka bort ett kartblad för "att det inte fanns några träd där".

9.1. Allt detta utlottande, kombinerat med rullande utbyten, förefaller säkert komplicerat. Utförs dock varje lottning helt slumpmässigt är det inte så komplicerat. Men nu har vi sagt att det är bra om kartbladen ligger systematisk utlagda över området (liksom rutorna inom kartblad) så det känns komplicerat att lotta bort gamla och lotta till nya så att mönstret av kartblad fortfarande är systematiskt. Men det går att göra detta om vi inte kräver exakt systematiska utlägg utan nöjer oss med utlägg med mycket god spridning i området. En tänkbar metod beskrivs nedan under rubriken "Utlottningar" nedan.

Tabell 2. Tider för förflyttning inom område, exklusive och inklusive registrering ("på rummet").
F1=funktion med koordinatsatta träd, F2=bältesgång

Areal	Antal	Tid träd	Tid F1	Tid inkl F2	Tid inkl reg. F1	reg. F2
2	2	4	15	24	35	
2	10	9	19	109	119	
2	25	14	26	264	276	
2	50	20	39	520	539	
2	100	28	64	1028	1064	
2	200	40	114	2040	2114	
5	2	6	30	26	50	
5	10	14	34	114	134	
5	25	22	41	272	291	
5	50	32	54	532	554	
5	100	45	79	1045	1079	
5	200	63	129	2063	2129	
10	2	9	54	29	74	
10	10	20	58	120	158	
10	25	32	65	282	315	
10	50	45	78	545	578	
10	100	63	103	1063	1103	
10	200	89	153	2089	2153	
25	2	14	121	34	141	
25	10	32	125	132	225	
25	25	50	133	300	383	
25	50	71	145	571	645	
25	100	100	170	1100	1170	
25	200	141	220	2141	2220	
50	2	20	229	40	249	
50	10	45	233	145	333	
50	25	71	241	321	491	
50	50	100	253	600	753	
50	100	141	278	1141	1278	
50	200	200	328	2200	2328	
100	2	28	441	48	461	
100	10	63	445	163	545	
100	25	100	453	350	703	
100	50	141	465	641	965	
100	100	200	490	1200	1490	
100	200	283	540	2283	2540	
200	2	40	858	60	878	
200	10	89	862	189	962	
200	25	141	869	391	1119	
200	50	200	882	700	1382	
200	100	283	907	1283	1907	
200	200	400	957	2400	2957	

Utförda analyser

I arbetet med att studera olika designer har skattningars medelfel (som är standardavvikelsen i skattningen av medelfelet) minimerats, givet en viss total kostnad för inventeringen. Kostnader har då satts i termer tidsåtgång. Det minsta medelfelet har då erhållits genom optimala värden på parametrarna N , n , λ_1 och λ_2 . Den skattning vars medelfel har minimerats har varit den av "totala antalet skyddsvärda träd" (alla prövade design), men även "förändringen i totala antalet träd" har studerats för den föreslagna designen. För de optimalt funna parametervärdena har också medelfelen för skattningarna av "ekar med hålstadium 5" och "grova lindar" beräknats, både vad gäller tillstånd och förändring. Dessa två senare företeelser är givetvis betydligt mer sällsynta än totala antalet träd (cirka 0.35 resp. 0.15 per 100 ha).

Det visar sig att man för skattning av tillståndet i totala antalet träd med ett medelfel på cirka 10 % av antalet behöver en resurs på uppemot 100000 minuter (ett manår). Då är de relativa medelfelen för "ekar hålstadium 5" och "grova lindar" ännu något större (10-15 % resp. 25-30 %), men absolutvärdena betydligt mindre.

För att studera medelfelen för förändringsskattningarna har förändringar simulerats. Det aktuella materialet har tjänat som bas och sedan har olika procentsatser av trädantalen försvunnit, bytt hålstadium (ekar) eller blivit grövre (lindar). Även nya träd har givetvis tillåtits uppträda. Två olika sådana förändringsscenarior har prövats. I det första (Alt. I) sker förändringar i antal träd, ekars hålstadier och lindars grovlek, men nettoförändringen i dessa parametrar är bara måttligt stor. I det andra scenariet (Alt. II) har det bara skett avgångar, 10 % av träden har försvunnit rakt över och inga nya har tillkommit.

Kostnaderna har fördelats på följande poster och med följande grundvärden, som givetvis är avsedda att vara genomsnitt:

1. Tid att ta sig till och från kartblad (fält), 2 timmar.
2. Tid att förflytta sig mellan rutor inom kartblad, 20 minuter.
3. Gångtid vid inventeringen. Denna tid beror på hur många träd som upptäcks och på siktavstånd. Gånghastigheten 2 minuter per 100 meter och siktavståndet 25 meter har använts som grundvärden. Utan något träd alls skulle detta ge 2 timmars inventering av en ruta med 500 meters sida. I genomsnitt i rutor i stratomet med "flera träd" skulle en ruta ta runt 4 timmar i gångtid (och då ungefär 15 träd i snitt per ruta). I stratomet med få träd går det snabbare.
4. Tid för registrering och bearbetning av data. Här inbegrips både arbete i fält och på rummet. Grundvärdet 10 minuter per träd har använts.
5. Tid för flygbildstolkning. Här har grundvärdet 5 minuter för ruta om 500 meters sida använts. Liksom övriga antaganden ett genomsnitt.

I stället för att ge en många sidors lista med siffervärden redovisas nedan generella tendenser vad gäller fördelning av resurserna på antal kartblad, rutor per kartblad etc.

Detta åtföljs av några typiska siffervärden. Vi ska då erinra oss att

- a) Stratifieringen görs med avseende på totala antalet träd ("alla träd"), vilket i synnerhet gynnar denna variabel. De övriga två "ekar i hålstadium 5" och "grova lindar" så att säga hänger bara med i viss utsträckning.
- b) Siffervärden gäller materialet i Östergötland och den geografiska spridning av skyddsvärda träd man har där.
- c) Optimala värden är "överoptimala" eftersom de är framräknade med hjälp av en känd population. I ett verkligt fall kan vi bara gissa oss till värden på de storheter (variationer av

olika slag) som bestämmer medelfelen. De optimala värdena gäller skattningen av totala antalet träd (vi kan inte optimera olika för olika parametrar).

d) För förändringsskattningar har enbart permanenta samplet av rutor använts. Även ett optimalt utnyttjande av tillfälliga rutor ger oerhört liten förbättring här.

e) För tillståndsskattningar har bara rutor inventerade vid samma tillfälle använts. Här finns större möjlighet att förbättra skattningen vid tillfälle 2 genom att utnyttja samplen från båda inventeringstillfällena.

Följande generella tendenser gäller:

A. Optimala antalet kartblad är större för skattning av tillstånd än för skattning av förändringar. För en total resurs på 500 timmar är det för tillståndsskattningen optimalt med 86 kartblad, medan det för förändring Alt. I är optimalt med 28 kartblad. Alt. II intar en mellanställning med 69 kartblad. I gengäld har Alt. I högre värden på både antalet rutor per kartblad och de bägge parametrarna λ_1 och λ_2 , d.v.s fler rutor per kartblad fältinventeras. Orsaken är att det råder stor variation mellan kartblad i antalet träd, så vill man veta tillståndet behövs många kartblad. Däremot är det (förmodligen) inte lika stor variation i förändringarna ”per träd” mellan kartblad och då lönar det sig att flytta över resurser från besök av kartblad till besök av rutor inom kartblad.

Några siffror: För Alt. I var de optimala värdena för n , λ_1 och λ_2 13.9 (14), 0.23 och 1.00 (alla rutor från flygbildstolkningen i stratum 2 fältbesöks). För Alt. II var motsvarande värden 12.5 (13), 0.065 och 0.38 och för tillståndsfallet 8.9 (9), 0.038 och 0.42.

Tabell 3. Exemplifierande värden för N , n , λ_1 och λ_2 vid tillstånds- respektive förändringsskattning. Värden bygger på analyser beräknade på förekomst av skyddsvärda träd i Östergötland (ca 130 000 träd på 520 ekonomiska kartblad).

	Resurs	N	% av totalt antal inv. kartblad Ög	n	λ_1	λ_2
Tillståndsskattning	30 000min =500h	86	16,5	9	0,038	0,42
En fördubbling av resursen sänker medelfelet ca 30 %	60 000min =1000h	129	24,8	12	0,038	0,42
Förändringsskattning						
Alt. I	30 000min =500h	28	5,3	14	0,23	1,00
Alt. II	30 000min =500h	69	13,3	13	0,065	0,38

B. Förväntade antalet träd i samplet för de optimala värdena blev störst i Alt. I (733), därefter i Alt. II (639) och minst i tillståndsfallets optimum (612). Skillnaderna ska nog inte ses som anmärkningsvärt stora.

C. De procentuella tidsåtgångarna för de optimala värdena fördelade sig på följande sätt, där värdena för förändringsfallen gäller summan av de två inventeringarna:

	Tillståndsfallet	Alt. I	Alt. II
Tid till kartblad	34 %	11 %	28 %

Version 1:0 : 2009-04-06

Tid mellan rutor	4 %	8 %	6 %
Gångtid i ruta	28 %	52 %	38 %
Registrering o. bearb.	21 %	26 %	21 %
Flygbildstolkning	13 %	3 %	7 %

Flygbildstolkningen svarar alltså för en ganska ringa andel av totala resurserna. De låga siffrorna för förändringsfallen beror på att ingen tolkning behövs för de permanenta rutorna vid tillfälle 2. Värdena ovan gäller för 500 timmar totalt och utan tillfälliga rutor i förändringsfallen (Alt. I och Alt. II).

D. Tillståndsskattningarna har, med 500 timmars resurs, stora medelfel, 44, 4.0 och 2.5 i antalet per kartblad för de tre parametrarna. De sanna antalen är 228, 8.7 och 3.7 (per kartblad) så de relativa medelfelen är 19 %, 46 % och 68 %. Förändringsskattningarna har medelfelen 3.0, 1.1 och 0.48 för Alt. I och 5.5, 0.74 och 0.49 för Alt. II. Förändringsskattningen för variabeln ”alla träd” är alltså mycket låg (1.5 – 2 % av sanna antalet).

E. Optimum är vad man säger ”flackt”, d.v.s om parametervärdena ändras från optimum ganska avsevärt så förändras medelfelen i ringa grad. För värdena $N = 40$, $n = 12.4(13)$, $\lambda_1 = 0.12$ och $\lambda_2 = 0.8$ blir de tre medelfelen för Alt. I lika med 3.17, 1.2 och 0.49 och för Alt. II blir de 5.9, 0.73 och 0.46 (att jämföra med parametervärdena i A ovan och medelfelen i D). För tillståndsfallet saknas för tillfället värde, men medelfelet för skattning av totala antalet stiger till gissningsvis drygt 50, medan de två övriga nog ändras bara marginellt.

F. En sammanfattning av A - E kan vara att (för Östergötlands 520 kartblad) och resursen 500 timmar kan man inte räkna med någon högre grad av precision vad gäller skattningar av tillstånd. För förändringsskattningar torde värden på antalet kartblad, N , mellan 40 och 60 vara lämpligt och då hamnar antalet n av rutor att flygbildstolka på mellan 12-13 och 8 (för $N = 60$). Andelarna väljs då $\lambda_1 = 0.12$ och $\lambda_2 = 0.8$.

Anm.1: I beräkningarna ovan ligger inte de tillfälliga ”utbyteskartbladen” med. De 500 timmarna för förändringsskattningarna gäller bara permanenta rutor. Antingen får resurserna ökas på med cirka 167 timmar (för 25 % -igt utbyte) eller så får medelfelen ökas på något ovan och antalet kartblad N minskas. En förändring i resurstillgången ska inte förändra parametrarna n , λ_1 eller λ_2 , utan N . Ett tillskott av tillfälliga kartblad sänker framför allt medelfelen i tillståndsskattningarna, ungefär proportionellt mot kvadratroten av resurstillgången.

Anm.2: Som antytts ovan blir, med utbyteskartblad, den första inventeringen något mer resurskrävande än de senare, eftersom redan tolkade rutor inte behöver tolkas på nytt. För att få ner medelfelet i tillståndsskattningarna kan man även tänka sig ett större sampel av extra, tillfälliga kartblad vid det allra första inventeringstillfället.

Utlottningar

Utlottning av rutor för tolkning

Förf. brukar göra egna datorprogram i samband med mer komplexa utlottningar. Annars finns möjligheten att använda Excel. Med satsen =RAND() eller =SLUMP() får man ett slumptal i den Excelruta man står. ”Drar” man sedan nedåt får man en hel räkka av slumpstal. Ska man använda detta för att lotta ut 13 rutor bland de 100 som finns i ett kartblad (varje ruta med 500 meters sida) så gör man enklast följande:

1. Först numreras alla rutor i kartbladet (logiskt i alla fall), t.ex. med 1-10 i norra raden, 11-20 i nästa o.s.v
2. Skapa en räkka slumpstal med Excel. Om första slumpstalet är 0.378123 så är ruta nummer 38 första utvalda rutan. Vi använder alltså de två första siffrorna (egentligen multiplicerar vi med 100) och notera att vi ska *höja* till närmaste heltal. Slumpstalet 0.0045241 resulterar alltså i ruta nummer 1, och 0.9957563 i ruta nummer 100.
3. Man fortsätter med nästa slumpstal på samma sätt, tills man lottat ut det antal rutor som är bestämt. Om slumpstal ger en ruta som redan är utlottad (säg att det femte slumpstalet blir 0.371326 i vårt exempel ovan) tar man nästa slumpstal i räckan. Ska man lotta ut säg 13 rutor är det därför bäst att ”dra” så att man har ett redigt överskott.

Man får se upp en smula med Excel härvidlag. Om man efter att ha skaffat sig en räkka slumpstal och sedan gör något (vad som helst) i Excel ändrar sig slumpstalen om man inte ”låst” dem (förf. vet inte hur det går till, men tror det går).

Ska konstens alla regler följas skall nya utlottningar av säg 13 rutor per kartblad göras för varje nytt kartblad. I och för sig skulle det räcka med en enda utlottning och sedan använda den för samtliga kartblad för att man kan säga att lottningen är slumpmässig överallt, men man bildar då faktiskt något som kallas kluster. Det kan ju också inträffa att den första utlottningen ger fler intilliggande rutor och det vore inte roligt att ha samma mönster överallt. Om man vill begränsa lottningsförfarandet kan man åtminstone göra så att man lottar säg 5 mönster som man sedan tar i tur och ordning alltefter kartbladen.

Ovanstående ger inte systematiska mönster, eller ens en garanterat god spridning av rutorna. Med 13 rutor skulle man kunna tänka sig att först välja ett slumpstal mellan 1 och 8, eftersom $100/13 \approx 8$ (i Excel ger då lämpligen 0-0.099999 talet 1, 0.1-0.199999 talet 2, ..., 0.7-0.799999 talet 8) som då ger första rutan. Därefter väljer man var 8:e ruta. Det blir då 12 eller 13 rutor beroende på det första talet. *Det är inte livsviktigt att antalet rutor att flygbildstolka är exakt det ideala antalet* (eftersom ”uppräknings” sker per kartblad). Det resulterande mönstret blir dock långtifrån alltid perfekt. I exemplet hamnar rutorna längs diagonaler. Om t.ex. 10 rutor ska väljas kommer alla rutorna med denna metod att ligga i en och samma kolumn. Det är faktiskt inte lätt att beskriva en generell metod som passar alla antal rutor här och som ger åtminstone nästan det ideala antalet rutor. Den metod som nedan beskrivs för lottning av kartblad skulle dock kunna användas, men den måste då bli antalsanpassad. Förmodligen är det bäst att en uppsättning mönster tas fram centralt och att man sedan lokalt endast lottade bland mönstren. Alltså en lista som för varje antal innehåller något 10-tal serier med rutnummer. För varje kartblad lottar man sedan från denna lista.

Lottning av rutor för fältbesök

Antalet rutor per kartblad för fältbesök kommer i de flesta fall att bli ganska få, varför lottningen blir enkel (behövs ej alltid). Antag att av $n = 13$ rutor 4 stycken befanns tillhöra

Version 1:0 : 2009-04-06

stratum 2 ("flera träd") och att 3 av dem ska fältbesökas ($\lambda_2 = 0.8$ t.ex.). Vi ska då lotta bort en av dem, vilket vi säkert kan göra med papperslappar. Vill vi använda Excel så är den allmänna metoden följande:

1. Skapa slumpvalsräcka enligt ovan. Lås den.
2. Multiplicera slumpvalen med 4 (totala antalet att lotta bland)
3. Tag resultatet av punkt 2 och välj närmast högre heltal och dessa heltal ger i tur och ordning numren på de rutor som ska besökas (eller ej besökas, beroende på hur man valt att lotta).

Lottning av kartblad

Ett helt slumpmässigt sampel av kartblad kan lottas fram med samma metod som just beskrivits. I stället för siffran 4 i steg 2 ska man i fallet Östergötland välja siffran 520, som är totala antalet kartblad.

Nu vill vi nog ändå ha god spridning på kartbladen och ändå utföra en regelrätt lottning. Vi kan då, utan att göra för stora avsteg från puritan statistik, göra på följande sätt:

1. Antag att vi ska välja ut 52 kartblad. Det är exakt vart tionde blad. Det är bra om siffrorna går jämnt upp i varandra här och vi kan säkert (nästan) alltid jämka det ideala antalet kartblad något så att detta går.
2. Dela in området (Östergötland) i 52 delområden som vardera består av 10 intilliggande kartblad.
3. Lotta från varje delområde ut 1 styck kartblad.

Alla kartblad har samma sannolikhet att bli valt. Om delområdena innehåller olika antal kartblad får kartblad i delområden med färre kartblad än snittet en högre sannolikhet att hamna i samplet än i snitt. Är detta fallet måste dessa sannolikheter beaktas vid skattningarna vilket komplicerar dessa en smula.

Lottning av utbyteskartblad

Metoden ovan kan kombineras med denna lottning på följande sätt:

4. För varje delområde lottas nummer till kartbladen inom området. Med 10 kartblad ges alltså kartbladen numren 1 till 10 genom lottning. De kartblad som har nummer 1 är de som lottas ut vid första tillfället.
5. Från början lottas från vilka delområden kartbladet skall bytas ut vid tillfälle 2, tillfälle 3 etc.
6. Vid tillfälle 2 utgår kartbladen från de delområden som utlottats i punkt 5 då ska utgå. Dessa kartblad ersätts då av de kartblad som i dessa delområden har fått nummer 2 i steg 4 ovan.
7. Vid tillfälle 3, 4 etc. förfars likadant. Ett blad utgår från aktuella delområden och ersätts av kartblad med nästa nummer från samma delområde.

Notera att lottningen här bara görs en enda gång och att den i princip håller i evig tid (så länge hela områdets gränser inte ändras).

Lottningen är givetvis inte helt slumpmässig, men den gynnar inget kartblad eller ruta, alla

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

har samma sannolikhet att hamna i samplet vid alla tillfällen etc. Medelfelsformler gäller dock aldrig strikt för dylika utlottningar (eller för systematiska utlägg), men man kan lugna sig med att de formella medelfelsformlerna ger vissa överskattningar. Det ”sanna” medelfelet är säkert något lägre, men går inte att beräkna.

Skattningar

Inga formler presenteras här. Den allmänna beräkningsgången vid första tillståndsskattningen är enkel och är följande, så att säga ”inifrån”:

1. För varje kartblad beräknas medelvärdena av variabeln ifråga, per stratum, medelvärdet över rutorna i *kartbladet*. Notera att det innebär att vi inte behöver hålla ett visst idealt antal rutor per kartblad.
2. De två medelvärdena ovan *vägs ihop* med antalen n_1 och n_2 , alltså antalen i de två stratumen från flygbildstolkningen. Vikterna är alltså n_1/n och n_2/n där n är antalet flygbildstolkade rutor i kartbladet.
3. Resultatet av punkt 2 *räknas upp* till kartbladet med faktorn 100, där 100 står för totala antalet rutor i kartbladet. Vi får då en skattning av *totala antalet* av t.ex. grova lindar i kartbladet. Detta görs för alla kartblad.
4. Resultaten av punkt 3 *räknas upp* till hela området med faktorn M/N , där M är totala antalet kartblad (520 i Östergötland) och N som vanligt antalet kartblad i samplet. Vi skattar nu totala antalet i hela området. Vill vi redovisa värden i termer av ”snitt per kartblad” (som förf. gjort ovan) beräknas bara medelvärdet över resultaten i punkt 3.

Förändringsskattningarna vid tillfälle 2 kan beräknas på samma sätt, fast där man som beräkningsvariabel använder *skillnaden* mellan de två medelvärdena (punkt 1). Man skulle här också kunna använda de eventuella tillfälliga kartbladen/rutorna också, men de bidrar säkerligen ytterligt marginellt till noggrannheten.

För tillståndsskattningarna vid tillfälle 2 (och senare) kan både tillfälliga och permanenta kartblad användas. Principen är följande:

- a. De permanenta kartbladen ger *en* skattning. Skattningar enligt ovan.
- b. De tillfälliga kartbladen ger *en annan* skattning. Skattningar av tillstånden per tillfälle enligt ovan och sedan bildas differensen mellan dem.
- c. Skattningarna i a och b *vägs samman* till en s.k *kombinationsskattning*. Vikterna väljs omvänt proportionellt mot skattningarnas varianser (kvadrater på medelfelen).

Medelfel från samplet beräknas på standardmässigt vis (som för slumpmässiga sampel) med värdena som är resultatet av punkt 3 ovan. För kombinationsskattningen används vikterna även här, på ett icke-komplicerat sätt.

Grunddesign med formler

Vi har en population om M stycken kartblad (om 5×5 km).

Vi tar från denna ett sampel om N stycken, OSU (utan återläggning).

Varje kartblad är uppdelat i m rutor om $a \times a$ meter ($a = 1000, 500$ el. 250 , m blir därefter)

Från samplade kartblad samplas n rutor. Dessa n rutor flygbildtolkas och delas upp i två strata, stratum 1 omfattar rutor med ”här syns inga eller nästan inga grova träd”, stratum 2 med ”här finns grova träd”. Det blir n_1 resp. n_2 rutor, $n_1 + n_2 = n$

Från stratum nr k väljs proportionen λ_k av de n_k ut OSU för fältinventering (k och för dessa antas samtliga grova träd bli identifierade och uppmätta. Vi sätter $r_k = \lambda_k \cdot n_k$.

Om n_1 eller n_2 är lika med 0 blir motsvarande r_k det också.

Fältinventeringen sker i princip genom bältesinventering med 50 meters total bältesbredd. (Detta kräver höggradig uppmärksamhet)

Skattning av totalt antal

Sätt \bar{y}_{kj} = medelvärde av de r_{kj} observationerna, stratum k blad j

Då skattas bladtotalet för blad nr j med

$$(1) \quad \hat{Y}_j(b) = \frac{m}{n} \cdot (n_{1j} \cdot \bar{y}_{1j} + n_{2j} \cdot \bar{y}_{2j})$$

och totalen för hela populationen med

$$(2) \quad \hat{Y} = \frac{M}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \hat{Y}_j(b)$$

De enstaka y -värdena är i regel antal träd av viss typ inom ruta, men kan också vara diameter etc.

Varians (eller MSE) för skattningen \hat{Y}

Variansen för \hat{Y}/M , alltså för skattningen per kartblad är (se ”Härledningar”)

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}/M) &= \frac{1}{M^2} \cdot V(\hat{Y}) = \\ &= \frac{1}{N} \left[S_Y^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} p_{2j} (\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^2 p_{kj} S_{kj}^2 \right] + \end{aligned}$$

Version 1:0 : 2009-04-06

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{Nn} \left[m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} p_{2j} (\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^2 (1 - p_{kj}) s_{kj}^2 \right] + \\
& + \frac{1}{Nn\lambda_1} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} s_{1j}^2 + \frac{1}{Nn\lambda_2} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{2j} s_{2j}^2 - \\
& - \frac{1}{M} \cdot S_Y^2
\end{aligned}$$

där (se ovan för övriga beteckningar)

$$S_Y^2 = \frac{\sum_{j=1}^M (Y_j - \bar{Y})^2}{M - 1} \quad (Y_j = \text{totalen för kartblad nr } j)$$

$$p_{kj} = m_{kj} / m \quad (m_{kj} = \text{antal rutor i stratum } k \text{ för kartblad nr } j)$$

$$\mu_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^{m_{kj}} y_{ij}^{(k)}}{m_{kj}} \quad (\text{medelvärde av } y, \text{ stratum } k, \text{ över rutor inom kartblad } k)$$

$$s_{kj}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m_{kj}} (y_{ij}^{(k)} - \mu_{kj})^2}{m_{kj} - 1} \quad (\text{variansen för } y, \text{ stratum } k, \text{ över rutor inom kartblad } k)$$

”Kostnadsfunktion” för designen

Som kostnad används tidsåtgång. Det innebär att vi antar att 1 timmes flygbildstolkning kostar (ungefär) lika mycket som 1 timmes fältinventering och 1 timmes bilresa. Om så är långtifrån fallet måste en lämplig omskalning göras för vissa kostnadslag.

Vi har följande ”kostnader” och gör antagandena nedan:

1. Transport till och från ett kartblad (fält). Tid C_1 per kartblad. $C_1 = 120$ minuter
2. Transport mellan rutor inom kartblad (fält). Tid C_2 per ruta (även till första ruta). $C_2 = 20$ minuter.
3. Inventering inom ruta. Här antas att man går längs parallella linjer och inventerar i bälten, med halva bältesbredden (synsträckan) b meter. Avståndet mellan linjer blir därmed $2b$ meter. Till tiden räknas också den tid det tar att ta sig till och från inventeringslinjen till träd som upptäcks. Gånghastigheten antas vara 2 minuter per 100 meter. Den totala tiden per inventerad ruta blir då lika med

$$C_3 = \frac{2}{100} \left(\frac{a^2}{2b} + b \cdot T + 2a \right) \text{ minuter}$$

Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp

där a = längden av rutsidan och T = antalet träd i rutan

4. Registrering och bearbetning av data (inkl. det som görs på rummet). Det antas att de totala tiden för detta är 10 minuter per träd. Det gör per ruta tiden $C_4 = 10 \cdot T$ per ruta.
5. Kostnad för flygbildstolkningen. Det antas att tiden per ruta är 8, 5 eller 3 minuter beroende på om rutsidans längd är 1000, 500 eller 250 meter. Kostnaden betecknas C_5 .

Anm. 1. Tidsåtgångarna avser givetvis de genomsnittliga. Det måste påpekas att tidsåtgångarna till mycket stor del är att betrakta som hypotetiska.

Anm. 2. För posterna 3 och 4 får vi två värden beroende på antalet rutor och genomsnittet av antalet träd (värdet på T) för de två stratumen (se nedan).

Anm. 3. Samma kostnadsfunktion och kostnader antas för återinventering.

Den totala (förväntade) tiden för de olika posterna blir därmed

$$1. N \cdot C_1$$

där N = antal kartblad

$$2. N \cdot n \cdot C_2 \cdot (\lambda_1 \cdot \bar{p}_1 + \lambda_2 \cdot \bar{p}_2)$$

där $\bar{p}_k = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{kj}$ (medelproportionen rutor i stratum k , medel över alla kartblad)

$$3. N \cdot n \cdot (\lambda_1 \cdot C_{31} + \lambda_2 \cdot C_{32})$$

$$\text{där } C_{3k} = \frac{2}{100} \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{kj} \left(\frac{a^2}{2b} + b \cdot T_{kj} + 2a \right)$$

och där i sin tur T_{kj} = medelantal träd för rutor i stratum k , kartblad j (0 om sådana rutor saknas för kartbladet) ($T_{kj} = \mu_{kj}$ för variabeln "alla träd")

$$4. N \cdot n \cdot (\lambda_1 \cdot C_{41} + \lambda_2 \cdot C_{42})$$

$$\text{där } C_{4k} = C_4 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{kj} \cdot T_{kj}$$

$$5. N \cdot n \cdot C_5$$

För bestämning av optimala N , n , λ_1 och λ_2 är det lämpligt att skriva totala kostnaden på formen

$$C_T = N \cdot C_1 + N \cdot n \cdot C_5 + N \cdot n \cdot \lambda_1 \cdot D_{31} + N \cdot n \cdot \lambda_2 \cdot D_{32}$$

$$\text{där } D_{31} = \bar{p}_1 \cdot C_2 + C_{31} + C_{41}$$

Analogt kan vi skriva variansen (se variansformeln ovan)

$$V(\hat{Y}/M) = \frac{V_1}{N} + \frac{V_2}{N \cdot n} + \frac{V_{31}}{N \cdot n \cdot \lambda_1} + \frac{V_{32}}{N \cdot n \cdot \lambda_2} - \frac{S_Y^2}{M}$$

Optimal resurstilldelning

Minimering av variansen till given totaltid C_T kan nu göras relativt enkelt med Lagranges multiplikator metod. Vi får de optimala värdena (allokeringen)

$$N^* = \Lambda \cdot \sqrt{\frac{V_1}{C_1}} \quad n^* = \sqrt{\frac{V_2 \cdot C_1}{V_1 \cdot C_5}}$$

$$\lambda_1^* = \sqrt{\frac{V_{31} \cdot C_5}{V_2 \cdot D_{31}}} \quad \lambda_2^* = \sqrt{\frac{V_{32} \cdot C_5}{V_2 \cdot D_{32}}}$$

där

$$\Lambda = \frac{C_T}{\sqrt{V_1 \cdot C_1} + \sqrt{V_2 \cdot C_5} + \sqrt{V_{31} \cdot D_{31}} + \sqrt{V_{32} \cdot D_{32}}}$$

Formlerna är här givna på ett sätt som är beräkningsmässigt lämpligt. Det är dock svårt att genomskåda hur enskilda värden (tidsåtgångar) påverkar den optimala allokeringen.

Men de stora dragen i allokeringen kan ändå inses utan formler:

- Är variationen (väsentligen V_1) mellan kartbladens totalvärden stor skall N väljas stort, såvida inte kostnaden (C_1) är hög
- Är variationen (över kartblad) (V_2) mellan de två stratumens medelvärden (per ruta) stor bör antalet rutor n för tolkning per kartblad väljas stort, speciellt om kostnaden (C_5) för tolkningen är låg. Eftersom vi bara har två stratum är variationen ekvivalent med skillnaden. Om det är stor skillnad i y (medelantalen) mellan stratumen är det viktigt att vi får stora sampel från dem. Är skillnaden liten spelar stratifieringen ingen roll. Givetvis påverkas antalet rutor per kartblad av hur många kartblad vi ska välja (totala antalet rutor är $N \cdot n$).
- Ju större variation det är mellan rutor inom kartblad ju fler av dem bör vi inventera i fält, om det inte kostar för mycket. Det är väsentligen vad λ_1^* och λ_2^* säger.

Parametern Λ (lambda, stora lambda mer bestämt) är direkt proportionell mot totala resurstilldelningen C_T . Detta innebär att vid förändrad resurstilldelning så förändras ökar N lika mycket och det innebär också att antal rutor *totalt* ökar i samma takt.

Härledning av variansformlerDesign

Vi tar ett sampel OSU om N kartblad (av M). Inom varje kartblad tas ett sampel om n rutor som flygbildstolkas. Rutorna klassas i två strata ”få träd” och ”fler än få träd”, varvid n_1 resp. n_2 hamnar i stratumen (varierar mellan kartblad). Av de n_1 resp. n_2 tas sampel OSU om r_1 resp. r_2 av rutor vilka inventeras i fält. I huvudsak antas nedan att r_1 och r_2 väljs proportionella mot n_1 och n_2 , alltså $r_1 = \lambda_1 \cdot n_1$ och $r_2 = \lambda_2 \cdot n_2$. Värdena på N , n , λ_1 och λ_2 väljs (i princip) optimalt för given kostnadsfunktion.

A. Varians för skattning av bladtotalet (den knepiga biten)

Vi betraktar skattningen av bladtotalet,

$$\hat{Y} = \frac{m}{n} (n_1 \bar{y}_1 + n_2 \bar{y}_2)$$

där \bar{y}_i är medelvärdet av r_i observationer (OSU av n_i). Index j för blad utelämnas här.

Sanna antalet individer i de två stratumen betecknas m_1 och m_2 ($m_1 + m_2 = m$). De är okända.

Betinga först m.a.p (värdena !) n_1 och n_2 (i samplet om n), inte samplen. Det gäller att

$$E_2(\hat{Y}) = \frac{m}{n} (n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2) \quad \text{där } \mu_i \text{ är medel per individ i stratum nr } i$$

$$V_2(\hat{Y}) = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \left[n_1^2 \left(1 - \frac{r_1}{m_1}\right) \cdot \frac{s_1^2}{r_1} + n_2^2 \left(1 - \frac{r_2}{m_2}\right) \cdot \frac{s_2^2}{r_2} \right]$$

där s_i^2 = variansen mellan rutor i stratum nr i

Notera att *fpc* ska vara $1 - r_i / m_i$, inte $1 - r_i / n_i$. Nu är r_i / m_i okänt, men kan approximeras med $(r_i / n_i) \cdot (n / m)$

Variabeln n_i har en hypergeometrisk fördelning så

$$E(n_i) = n \cdot m_i / m = n \cdot p_i$$

$$V(n_i) = n \cdot \frac{m_i(m - m_i)}{m^2} \cdot \frac{(m - n)}{(m - 1)} = -\text{Cov}(n_1, n_2)$$

och

$$E(n_i^2) = \frac{n \cdot m_i}{m(m - 1)} [(m_i - 1)(n - 1) + m - 1] \approx np_i(np_i + 1 - p_i)$$

Vi får därför

$$V_1 E_2(\hat{Y}) = \left(\frac{m}{n}\right) \cdot V(n_i)(\mu_1 - \mu_2)^2 \approx \frac{m}{n}(m - n)p_1 p_2 (\mu_1 - \mu_2)^2$$

och för fixerade r_i

$$\begin{aligned} E_1 V_2(\hat{Y}) &= \left(\frac{m}{n}\right)^2 \left[E(n_1^2) \left(1 - \frac{r_1}{m_1}\right) \cdot \frac{s_1^2}{r_1} + E(n_2^2) \left(1 - \frac{r_2}{m_2}\right) \cdot \frac{s_2^2}{r_2} \right] \approx \\ &\approx m^2 \sum_{i=1}^2 p_i^2 \left(1 - \frac{1 - p_i}{np_i}\right) \left(1 - \frac{r_i}{m_i}\right) \cdot \frac{s_i^2}{r_i} \end{aligned}$$

För relativa $r_i = \lambda_i n_i$ får vi

$$E_1 V_2(\hat{Y}) = \frac{m^2}{n} \sum_{i=1}^2 \frac{p_i}{\lambda_i} \left(1 - \lambda_i \cdot \frac{np_i + 1 - p_i}{m_i}\right) s_i^2$$

Den obetingade variansen för skattningen av kartbladstotalen erhålls genom

$$V(\hat{Y}) = E_1 V_2(\hat{Y}) + V_1 E_2(\hat{Y})$$

Explicit utskrivna får vi följande formel för $V(\hat{Y}_j(b))$

$$V(\hat{Y}_j(b)) = \frac{m}{n}(m - n)p_{1j} p_{2j} (\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 + \frac{m^2}{n} \sum_{i=1}^2 \frac{p_{ij}}{\lambda_i} s_{ij}^2 - m \sum_{i=1}^2 p_{ij} s_{ij}^2 - \frac{m}{n} \sum_{i=1}^2 (1 - p_{ij}) s_{ij}^2$$

B. Varians för skattning av populationstotalen ("standard")

Vi har

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

$$\hat{Y} = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N \hat{Y}_j(b)$$

där $\hat{Y}_j(b)$ är den j :te bladttotalen i samplet, med varians enligt A ovan. Vi betraktar här i detalj endast fallet med relativa r_i .

Även här betingar, nu m.a.p. samplet om N blad. Det gäller

$$E_2(\hat{Y}) = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N Y_j(b) \quad \text{där } Y_j(b) = \text{sann bladttotal}$$

$$V_2(\hat{Y}) = \left(\frac{M}{N}\right)^2 \sum_{j=1}^N V(\hat{Y}_j(b)) \quad \text{där } V(\hat{Y}_j(b)) \text{ är variansen enligt avsnitt A.}$$

Varians och förväntan över sampel ger

$$V_1 E_2(\hat{Y}) = M^2 \cdot \left(1 - \frac{N}{M}\right) \cdot \frac{S_Y^2}{N} \quad \text{där } S_Y^2 \text{ är variansen mellan bladttotaler}$$

$$E_1 V_2(\hat{Y}) = \frac{M^2}{N} \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M V(\hat{Y}_j(b))$$

Den obetingade variansen för skattningen av populationstotalen erhålls sedan genom $V(\hat{Y}) = E_1 V_2(\hat{Y}) + V_1 E_2(\hat{Y})$ som ovan.

Insättning av formlerna i A och B och viss förenkling ger nedanstående varians, för normerade skattningen ”antal per kartblad” (\hat{Y}/M). Formeln är skriven på ett sätt som är lämpligt för bestämning av optimala värden på N , n , λ_1 och λ_2 , för given kostnad.

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}/M) &= \frac{1}{M^2} \cdot V(\hat{Y}) = \\ &= \frac{1}{N} \left[S_Y^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} p_{2j} (\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^2 p_{ij} s_{ij}^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{Nn} \left[m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} p_{2j} (\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 - m \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^2 (1 - p_{ij}) s_{ij}^2 \right] + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{Nn\lambda_1} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{1j} s_{1j}^2 + \frac{1}{Nn\lambda_2} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_{2j} s_{2j}^2 - \frac{1}{M} \cdot S_Y^2$$

där alltså j står för kartbladet och i (eller 1 och 2) för stratumet.

C. Varians för skattning av förändring mellan två tillfällen, oberoende sampel

Vi antar här att vi tar ett nytt, oberoende, sampel om N kartblad och n i dessa n rutor vid ett senare tillfälle (tillfälle 2). Vi får två skattningar, $\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$ och skillnaden i populationsvärdena mellan dessa tillfällen skattas med differensen $\hat{D}_T = \hat{Y}(2) - \hat{Y}(1)$. Vi antar att både N och n är desamma vid bägge tillfällena. Vi har då (där index T står för ”tillfälliga”, d.v.s ej permanenta)

$$\hat{D}_T = \hat{Y}(2) - \hat{Y}(1) = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N (\hat{Y}_j(2, b) - \hat{Y}_j(1, b))$$

I och med att samplen av kartblad är oberoende gäller att

$V(\hat{D}_T) = V(\hat{Y}(2)) + V(\hat{Y}(1))$ och sätter vi här in uttrycken i avsnitt B får vi, om vi antar att S_Y^2 är approximativt lika stort vid bägge tillfällena (som det bör vara)

$$V(\hat{D}_T) \approx M^2 \cdot \left(1 - \frac{N}{M}\right) \cdot \frac{2 \cdot S_Y^2}{N} + \frac{M^2}{N} \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (V(\hat{Y}_j(2, b)) + V(\hat{Y}_j(1, b)))$$

Den andra summan beräknas enligt sista formeln i avsnitt A. Olika p_{ij} etc. antas vid de två inventeringarna.

D. Varians för skattad förändring mellan två tillfällen, permanenta blad (halvpermanent)

Vi antar här att samplet av kartblad är detsamma vid de två tillfällena, men att vi tar nya, oberoende, sampel om n rutor vid det senare tillfället (tillfälle 2). Vi får som ovan i C två skattningar, $\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$ och skillnaden i populationsvärdena mellan dessa tillfällen skattas med differensen $\hat{D} = \hat{Y}(2) - \hat{Y}(1)$. Vi antar att n är detsamma. Vi har då

$$\hat{D} = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N (\hat{Y}_j(2, b) - \hat{Y}_j(1, b))$$

Vi får (jfr avsnitt B)

$$E_2(\hat{D}) = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N (Y_j(2,b) - Y_j(1,b)) = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N D_j(b) \quad \text{där } D_j(b) \text{ är sann differens, blad } j$$

$$V_2(\hat{D}) = \left(\frac{M}{N}\right)^2 \sum_{j=1}^N (V(\hat{Y}_j(2,b)) + V(\hat{Y}_j(1,b))) \quad (\text{de två bladsamplena antogs oberoende})$$

Man kan förmoda att $V(\hat{Y}_j(2,b)) \approx V(\hat{Y}_j(1,b))$ så $V_2(\hat{D}) \approx 2 \cdot V(\hat{Y}_j(1,b))$, men detta används ej nedan.

I nästa steg (som i avsnitt B)

$$V_1 E_2(\hat{D}) = M^2 \cdot \left(1 - \frac{N}{M}\right) \cdot \frac{S_D^2}{N} \quad \text{där } S_D^2 \text{ är variansen av totaldifferenser över kartblad}$$

$$E_1 V_2(\hat{D}) = \frac{M^2}{N} \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (V(\hat{Y}_j(2,b)) + V(\hat{Y}_j(1,b)))$$

och sedan använder vi $V(\hat{D}) = E_1 V_2(\hat{D}) + V_1 E_2(\hat{D})$

Termen $E_1 V_2(\hat{D})$ är densamma som i avsnitt C.

Anm. I variansuttrycken i C och D är andra termen densamma medan det är skillnad i första termen. Här är S_D^2 med all säkerhet mycket mindre än $2S_Y^2$ och det är det som gör att permanenta kartblad är överlägset tillfälliga för skattning av differens.

E. Varians för skattad skillnad mellan två tillfällen, permanenta blad och rutor (helpermanent)

Vi antar här att vi har N permanenta kartblad och att även de rutor som inventerades första gången återinventeras.

Förändringen skattas som ovan, med

$$\hat{D} = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N (\hat{Y}_j(2,b) - \hat{Y}_j(1,b))$$

och för $E_2(\hat{D})$ gäller samma formel som i avsnitt D ovan. Däremot blir det förändring i

$V_2(\hat{D})$, som beräknas enligt samma mall som formeln (upprepas här)

$$V(\hat{Y}_j(b)) = \frac{m}{n}(m-n)p_{1j}p_{2j}(\mu_{1j} - \mu_{2j})^2 + \frac{m^2}{n} \sum_{i=1}^2 \frac{p_{ij}}{\lambda_i} s_{ij}^2 - m \sum_{i=1}^2 p_{ij} s_{ij}^2 - \frac{m}{n} \sum_{i=1}^2 (1-p_{ij}) s_{ij}^2$$

där det här gäller att

- p_{1j} och p_{2j} är de värden som gällde vid tillfälle 1 (liksom stratifieringen, n och λ_i)
- μ_{1j} och μ_{2j} är sanna medelvärden av *differenserna* mellan tillfällena i de två stratumen
- s_{ij}^2 är varianserna över i rutorna i *differenserna* mellan tillfällena

Anm. Stratifieringen görs med tanke på en *tillståndsskattning* och då är det effektivt att stratifiera efter ”storlek”. För förändringsskattning är det av samma skäl effektivt att stratifiera efter storlek på förändring. Vi kan dock ej ändra på en stratifiering i ett helpermanent kartblad.

F. Skattning vid partiell permanentning.

Antag att vi av de N vid första tillfället samplade kartbladen väljer ut $N_0 < N$ (OSU) och att dessa (hel eller halv) permanentas och att vi vid tillfälle 2 samplar $N_1 = N - N_0$ nya, OSU bland de icke permanentade, som till antalet är $M - N_0$. (Detta hindrar inte att vissa kartblad utanför de N_0 ändå kan bli samplade vid både tillfälle 1 och 2 eftersom samplen ska vara oberoende).

Skattningen av differensen är inte självklar. Vi har två möjliga primära skattningar, nämligen 1) använda differensen från de permanenta bladen och 2) använda differensen från de tillfälliga (ej permanenta). Intuitivt är den förra bättre, men den andra ger också information. Egentligen har vi fyra skattningar vi kan använda:

$\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$ - för tillstånden från permanenta samplet, och

$\hat{X}(1)$ och $\hat{X}(2)$ - för tillstånden från de två tillfälliga

Dessa fyra kan sammanvägas linjärt till en differensskattning (index G för ”generell”)

$$\hat{D}_G = \alpha \cdot \hat{Y}(2) + \beta \cdot \hat{X}(2) - \gamma \cdot \hat{Y}(1) - \delta \cdot \hat{X}(1)$$

som är väntevärdesriktig bara $\alpha + \beta = 1$ och $\gamma + \delta = 1$

De fyra parametrarna (α, \dots, δ) kan sedan väljas så att variansen för \hat{D}_G minimeras.

Detta leder till relativt trassliga formler. Av erfarenhet (intuition och matematiska bevis) vet

*Handledning för miljöövervakning
Undersökningstyp*

man att minimivärdet inte är ”skarpt”, d.v.s man får praktiskt taget samma varians för andra parametervärden än de optimala - det räcker om man väljer dem rimligt nära dessa.

Om vi därför gör följande förenklingar:

- 1) Bortser från de ytterligt svaga korrelationer som finns mellan de fyra skattningarna, då med undantag av den starka korrelationen mellan $\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$.
 - 2) Antar att varianserna för $\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$ är lika och lika med C/N_0 där C är en konstant. (N_0 vara antalet permanenta kartblad i samplet)
 - 3) Antar att varianserna för $\hat{X}(1)$ och $\hat{X}(2)$ är lika och lika med C/N_1 (samma C)
 - 4) Betecknar korrelationskoefficienten mellan $\hat{Y}(1)$ och $\hat{Y}(2)$ med ρ
- så erhålls den bästa linjärkombinationen, betecknad \hat{D}_K , med

$$\hat{D}_K = w \cdot \hat{D}_P + (1-w) \cdot \hat{D}_T$$

där $\hat{D}_P = \hat{Y}(2) - \hat{Y}(1)$ och $\hat{D}_T = \hat{X}(2) - \hat{X}(1)$

och den optimala vikten $w = \frac{N_0}{N_0 + N_1(1-\rho)}$

Rimligtvis är ρ nära 1 och flertalet kartblad permanenta vilket gör att w blir nära 1. De tillfälliga kartbladen ger då nästan ingen information om förändringen.

Notera att den optimala vikten beror på ρ , som i sin tur beror på vilken variabel vi betraktar. Vi skulle alltså behöva ta fram nya vikter för varje ny variabel. I praktiken kan vi dock nöja oss med en eller ett par vikter beroende på om vi tror att korrelationskoefficienten ρ är hög eller mycket hög.

Not 1. Givetvis vet vi att antagandena 1-3 ovan inte är sanna. De är dock säkerligen inte längre från sanningen än att den resulterande skattningen \hat{D}_K är så bra man i praktiken kan åstadkomma.

Not 2. Min-variansen blir, med antagandena 1-3, lika med $V(\hat{D}_K) = \frac{2C(1-\rho)}{N_0 + N_1(1-\rho)}$, och denna minimeras, som väntat, i sin tur med $N_0 = N$ och $N_1 = 0$ (enbart permanenta kartblad).

Not 3. Variansformeln i not 2 gäller bara under antagandena 1-3 och är inte den korrekta. Den korrekta, för godtycklig vikt w ges i nästa avsnitt

G. Varians för skattning av förändring

Vi använder, med beteckningar enligt avsnitt E, skattningen

$$\hat{D}_K = w \cdot \hat{D}_P + (1 - w) \cdot \hat{D}_T$$

där $\hat{D}_P = \hat{Y}(2) - \hat{Y}(1)$ och $\hat{D}_T = \hat{X}(2) - \hat{X}(1)$ för någon vikt w .

Variansen för \hat{D}_K är då approximativt

$$V(\hat{D}_K) = w^2 \cdot V(\hat{D}_P) + (1 - w)^2 \cdot V(\hat{D}_T)$$

där $V(\hat{D}_P)$ är variansen enligt avsnitt D, med $N = N_0$ och $V(\hat{D}_T)$ är den enligt avsnitt C, med $N = N_1$.

Approximativt eftersom de svaga kovarianserna mellan t.ex. $\hat{Y}(2)$ och $\hat{X}(2)$ har utelämnats (de är av storleksordningen $-S_Y^2 / M$).

G. Tillståndsskattning vid tillfälle 2.

De tillfälliga samplen gav inte mycket bidrag till skattningen av förändringen. Det kan vara intressant att se om de ger bidrag till skattningen av tillståndet vid tillfälle 2. Vi har då samma fyra skattningar att tillgå som i avsnitt E och kan bilda linjärkombinationen

$$\hat{Y}_G = \alpha \cdot \hat{Y}(2) + \beta \cdot \hat{X}(2) - \gamma \cdot \hat{Y}(1) - \delta \cdot \hat{X}(1)$$

som skattning av tillståndet vid tillfälle 2. Denna skattning är nu väntevärdesriktig om bivillkoren $\alpha + \beta = 1$ (samma som i E) och $\gamma + \delta = 0$ (nytt) är uppfyllda.

Med samma antaganden (1-3) som i avsnitt F får vi de optimala vikterna

$$\alpha = \frac{N_0 / N}{1 - \rho^2 \cdot N_1^2 / N^2}, \quad \beta = 1 - \alpha, \quad \gamma = \frac{\rho \cdot N_0 N_1 / N^2}{1 - \rho^2 \cdot N_1^2 / N^2}, \quad \delta = -\gamma$$

Här utnyttjas (givetvis) det tillfälliga samplet vid tillfälle 2, men vi kan även utnyttja samplen från tillfälle 1.

Not. Man kan bestämma optimalt N_0 (och N_1) genom att minimera den resulterande variansen. Optimalt $N_0 = N \cdot \sqrt{1 - \rho^2} / (1 + \sqrt{1 - \rho^2})$. Här ser vi att om korrelationskoefficienten mellan de två tillfällena är hög (nära 1) så är det optimalt att ha mycket få permanenta kartblad. Att det inte är orimligt kan inses genom att se den bakomliggande logiken i skattningen som är

”Tillståndet vid tillfälle 2 får vi genom att 1) sampla vid tillfälle 2 och 2) sampla vid tillfälle 1 och utnyttja dess förändring”.

Om förändringen är ”tydlig” (korrelationskoefficient nära 1) behöver vi inte många observationer för att skatta den. Det är då bättre att satsa på två stora tillfälliga sampel.

Notera dock att denna not endast gäller skattningen av tillståndet vid tillfälle 2. För skattning av förändring är det bäst att ha bara permanenta kartblad.

